

Galaksit ja kosmologia – harjoitus 4 syksy 2023

Ratkaisut on palautettava ma 6.11. klo 12.00 mennessä kurssin Moodle-sivulle.

1. Galaksin NGC 3159 kulmaläpimitta on $1'3$ (kaariminuuttia), näennäinen magnitudi $m = 14.4$ ja radiaalinopeus Linnunradan keskuksen suhteen $v_r = 6940 \text{ km s}^{-1}$. Laske galaksin etäisyys, läpimitta ja absoluuttinen magnitudi. Mitkä tekijät voivat aiheuttaa virhettä tuloksiin?
Käytä laskuissa Hubblen vakiolle arvoa: $H_0 = 67.4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

2. Tully–Fisher relaatio

- (a) Linnunradan pyörimiskäyrän maksiminopeus on $V_{\max} = V_0 = 200 \text{ km s}^{-1}$. Mikä on arvio sen luminositeetille Tully–Fisher relaatiota käyttäen ja miten hyvin se vastaa nykyistä parasta arvioita Linnunradan kirkkaudelle?
- (b) Erään galaksin pyörimiskäyrän maksiminopeus on $V_{\max} = V_0 = 150 \text{ km s}^{-1}$ ja havaittu näennäinen magnitudi on $m = 15$. Laske galaksin etäisyys Tully–Fisher relaatiota käyttäen.

3. Ellipsigalaksien tähtijakauma

- (a) Oletetaan pallosymmetrinen galaksi. Osoita että kaksiulotteinen pintatiheys Σ projisoidulla etäisyydellä R galaksin keskustasta voidaan ilmaista muodossa

$$\Sigma(R) = 2 \int_0^\infty n(r) dz = 2n_0 r_0^\alpha \int_R^\infty \frac{r^{1-\alpha} dr}{\sqrt{r^2 - R^2}},$$

kun galaksia tarkastellaan kaukaa z -akselia pitkin ja kun tähtien kolmiulotteinen numerotiheys on $n(r) = n_0(r_0/r)^\alpha$, missä n_0 ja r_0 ovat vakioita. Osoita myös, että jos $\alpha > 1$, voidaan pintatiheys ilmaista muodossa

$$\Sigma(R) = \Sigma(r_0) \left(\frac{r_0}{R} \right)^{\alpha-1}.$$

Tekijän $\Sigma(r_0)$ kiinnittävää integraalia ei tässä tehtävässä tarvitse ratkaista. Mitä pintatiheydelle tapahtuu kun $\alpha \leq 1$?

- (b) Oletetaan seuraavaksi, että tähtien massatiheys galaksissa on muotoa $\rho(r) = \rho_0(r_0/r)^\alpha$, missä ρ_0 ja r_0 ovat vakioita. Osoita tällöin että massa säteen r sisäpuolella noudattaa verrannollisuutta $M(< r) \propto r^{3-\alpha}$.
 - (c) Laske lopuksi mikä on säteissuunnan voiman vastaava lauseke tässä mallissa, eli miten F_r riippuu säteen r potenssista? Millä α :n arvoilla $F_r \rightarrow 0$ kun $r \rightarrow 0$?
4. Osoita, että de Vaucouleursin lain

$$I(R) = I(R_e) \exp(-7.67[(R/R_e)^{1/4} - 1])$$

kokonaisluminositeetti on $L \approx 7.21\pi R_e^2 I(R_e)$.

Vihje: Eulerin gammafunktioista (Γ) saattaa olla jälleen hyötyä.

5. *Ellipsigalaksien ominaisuuksia nopeusdispersion avulla.* Oletetaan, että sekä nopeusdispersio σ että massa-valo suhde (M/L) ovat suurin piirtein vakioita galaksin sisällä ja että galaksissa ei ole ollenkaan pimeää ainetta. Edellisestä tehtävästä (4.) tiedämme myös että tyypilliselle Sérsic-profilille $L \propto I_e R_e^2$ kun Sérsic-indeksi n on vakio.

- (a) Osoita viriaalteoreeman avulla että $M \propto \sigma^2 R_e$.
- (b) Osoita että kaikki ellipsigalaksit noudattaisivat Faber–Jackson relaatiota $L \propto \sigma^4$, jos niillä olisi sama massa-valo suhde M/L ja sama pintakirkkaus I_e .
- (c) Käyttäen ellipsigalaksien fundamentaalirelaatiota ($R_e \propto \sigma^{1.24} I_e^{-0.82}$), osoita että $M/L \propto \sigma^{0.49} R_e^{0.22}$, eli massa-valo suhde M/L arvo ei todellisuudessa ole vakio, vaan se on suurempi suuremmissa galakseissa.