

Yleistetyt lineaariset mallit
Yleistentti 24.1.2013

Tentissä saa olla mukana kirjoitusvälineet ja laskin.

1. Määrittele lyhyesti mutta täsmällisesti seuraavat käsitteet
 - a) linkkifunktio
 - b) ylihajonta
 - c) saturoitu malli
 - d) devianssi
2. Olkoon Y satunnaismuuttuja **inverse Gaussian** jakaumasta $IG(\mu, \lambda)$, jonka tiheysfunktio on

$$f(y) = \left(\frac{\lambda}{2\pi y^3}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{\lambda}{2\mu^2} \frac{(y-\mu)^2}{y}\right), \quad y > 0, \mu > 0, \lambda > 0.$$

Osoita, että **inverse Gaussian** jakauma kuuluu eksponentiaaliseen perheeseen

$$f(y; \theta, \phi) = \exp\left\{\frac{y\theta - b(\theta)}{a(\phi)} + c(y, \phi)\right\}.$$

ja laske jakauman odotusarvo ja varianssi.

3. Logistinen regressiomalli: mallin oletukset, parametrien tulkinta ja mallin sopivuuden tutkiminen.
4. Ylihajonta binomijakaumamallissa: määritelmä, mahdollisia syitä, ylihajonnan huomiotta jättämisen seurauksia, ratkaisuja ylihajontaongelmaan.

Muistin tueksi

Oletetaan, että satunnaismuuttujan Y tiheysfunktio on muotoa

$$f(y; \theta, \phi) = \exp\left\{\frac{y\theta - b(\theta)}{a(\phi)} + c(y, \phi)\right\}.$$

Tällöin odotusarvo on $E(Y) = b'(\theta)$ ja varianssi on $Var(Y) = b''(\theta)a(\phi)$.