

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin kurssi
Loppukoe 24.1.2012

1. Laske raja-arvot

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} \right)$, b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - x)$

2. Millä x :n arvoilla sarja

$$\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{5x}{2x+3} \right)^k$$

suppenee ja mikä on tällöin sen summa?

3. Etsi funktion $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$ lokaalit ääriarvot ja käännekohtat.

4. Todista väliarvolauseen avulla arvio

$$|\sin(3x) - \sin(3y)| \leq 3|x - y|.$$

5. Tutki funktion

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$$

monotonisuutta eri väleillä. Määritä f :n lokaalit ääriarvot ja kuvajoukko $f(\mathbb{R})$.