

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin kurssi
Loppukoe 22.10.2012

1. Osoita funktio $f : [0, \infty[\rightarrow]1, 2]$,

$$f(x) = 1 + \frac{1}{x+1},$$

bijektioksi ja määritä sen käänteisbijektion lauseke.

2. Millä x :n arvoilla sarja

$$\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{3x}{x+1}\right)^k$$

suppenee ja mikä on tällöin sen summa?

3. Tutki funktion $f(x) = 7x^5 - 25x^3 + 10x - 2$ monotonisuutta ja selvitä, montako nollakohtaa f :llä on.

4. Laske raja-arvot

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^3 - x - 24}{x^3 - 27}\right)$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4^n + 2^{2n-1}}{3^n + 4^{n+2}}\right)$.

5. Esitä differentiaalilaskennan väliarvolause ja osoita sen avulla, että

$$e^{3x} - e^{3y} < 3|x - y|,$$

kun x ja y ovat negatiivisia ja erisuuria.