

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Erilliskuulustelu
15.11.2012

1. Merkitään $\bar{a} = (1, 0, -2)$ ja $\bar{b} = (-1, 4, 3)$.
 - (a) Määritä pistetulo $\bar{a} \cdot \bar{b}$ ja normi $\|\bar{a}\|$.
 - (b) Oletetaan, että vektorille $\bar{v} \in \mathbb{R}^n$ pätee $\|\bar{v}\| = 4$ ja $\bar{a} \cdot \bar{v} = -2$. Määritä $\|\bar{a} + \bar{v}\|$.
2. Avaruudella \mathbb{R}^3 on kanta $\mathcal{B} = ((1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0))$.
 - a) Määritä vektori, jonka koordinaatit kannan \mathcal{B} suhteen ovat 1, -5 ja 4.
 - b) Mitkä ovat vektorin $(0, 0, 1)$ koordinaatit kannan \mathcal{B} suhteen?
3. Merkitään $\bar{w}_1 = (1, 2, 0)$, $\bar{w}_2 = (1, 1, -1)$ ja $\bar{w}_3 = (1, 4, 2)$. Halutaan selvittää, kuuluuko vektori $\bar{v} = (1, 1, 0)$ aliavaruuteen $\text{span}(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \bar{w}_3)$. Millaista yhtälöä pitää tutkia? Millainen yhtälöryhmä siitä saadaan?

Kun luennoitsija muokkasi yhtälöryhmää vastaavaa matriisia alkeisri-
vitoimituksilla, hän sai matriisin

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right].$$

Päättele matriisin perusteella, kuuluuko vektori \bar{v} vektorien \bar{w}_1, \bar{w}_2 ja \bar{w}_3 virittämään aliavaruuteen $\text{span}(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \bar{w}_3)$.

4.
 - a) Miten määritellään vapaa vektori-jono?
 - b) Oletetaan, että $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3 \in \mathbb{R}^n$ ja $\bar{v}_4 \in \text{span}(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$. Osoita, että jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4)$ ei ole vapaa.
5.
 - a) Merkitään

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Laske tulot AB ja AC . Kirjoita näkyviin laskujesi välivaiheet.

- b) Päättele edellisen kohdan perusteella, onko matriisi A kääntyvä.