

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Erilliskuulustelu
12.5.2014

- (a) Anna kolme joukon $\text{span}((-2, 1, 1), (0, 4, 1))$ vektoria, jotka poikkeavat vektoreista $(-2, 1, 1)$ ja $(0, 4, 1)$.
(b) Kirjoita joukon $\text{span}((-2, 1, 1), (0, 4, 1))$ määritelmä.
- (a) Oletetaan, että vektoreille $\bar{v}, \bar{w} \in \mathbb{R}^n$ pätee $\|\bar{v}\| = 4$, $\|\bar{w}\| = 1$ ja $\bar{v} \cdot \bar{w} = -2$. Merkitään $\bar{a} = \bar{v} + \bar{w}$ ja $\bar{b} = \bar{v} - \bar{w}$. Määritä $\bar{a} \cdot \bar{b}$.
(b) Oletetaan, että $\bar{v}, \bar{w} \in \mathbb{R}^n$. Missä seuraavista merkinnöistä on järjettä? Perustele vastauksesi.

$$\text{a) } \frac{\bar{v} \cdot \bar{w}}{\bar{w} \cdot \bar{w}} \bar{w} \quad \text{b) } \frac{\bar{v} \cdot \bar{w} \cdot \bar{w}}{\bar{w} \cdot \bar{w}} \quad \text{c) } \frac{\bar{v} \cdot \bar{w}}{\bar{w}}$$

- (a) Osoita, että $\mathcal{B} = ((1, 1, 1), (1, 0, 1), (0, 0, 1))$ on avaruuden \mathbb{R}^3 kanta.
(b) Määritä vektori, jonka koordinaatit kannan \mathcal{B} suhteen ovat $-1, 2$ ja 5 .
- Seuraavat matriisit on saatu eräistä yhtälöryhmistä alkeisrivitoimituksilla. Kuinka monta ratkaisua yhtälöryhmällä on kussakin tapauksessa?

$$\text{a) } \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \quad \text{b) } \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & a & -4 \\ 0 & 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right], \quad \text{missä } a, b \in \mathbb{R}.$$

- (a) Määritä matriisin

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

ominaisarvot.

- (b) Eräs matriisin A ominaisvektori on $(0, -2)$. Selitä lyhyesti, mitä se tarkoittaa.
- (a) Miten määritellään vapaa vektori-jono?
(b) Oletetaan, että $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3 \in \mathbb{R}^n$ ja $\bar{v}_3 \in \text{span}(\bar{v}_1, \bar{v}_2)$. Voiko jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ olla vapaa?