

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos

Erilliskuulustelu 14.11.2013

- Kuuluuko vektori $\bar{a} = (12, 7, 4)$ vektorien $\bar{v} = (0, 3, 0)$ ja $\bar{w} = (6, 2, 2)$ virittämään aliavaruuteen?
 - Keksi kaksi eri vektoria $\bar{p} \in \mathbb{R}^2$, joilla joukko

$$\{\bar{p} + t(8, 2) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

on avaruuden \mathbb{R}^2 aliavaruus.

- Onko matriisi

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

kääntyvä?

- Merkitään $\bar{v}_1 = (1, 0, 2)$, $\bar{v}_2 = (0, 1, 0)$ ja $\bar{v}_3 = (1, 1, 1)$. Halutaan tutkia, onko jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ vapaa. Millaista yhtälöä on tutkittava? Millainen yhtälöryhmä siitä saadaan?
 - Päättele (a)-kohdan avulla ilman laskuja, onko jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ vapaa. Perustele vastauksesi.
- Osoita, että $\mathcal{B} = ((1, 0, 2), (0, 1, 0), (1, 1, 1))$ on avaruuden \mathbb{R}^3 kanta. Voit käyttää hyväksesi edellistä tehtävää.
 - Mikä reaaliarvo a pitää olla, jotta vektorin $(5, -2, a)$ koordinaatit kannan \mathcal{B} suhteen olisivat 3, -4 ja 2?
- Onko vektori $(-1, 1)$ kohtisuorassa vektoria $(-2, 4)$ vastaan?
 - Määritä kaikki avaruuden \mathbb{R}^2 vektorit, jotka ovat kohtisuorassa vektoria $(-2, 4)$ vastaan. Kuvaile omin sanoin, miltä näiden vektorien muodostama joukko näyttää.
- Erään yhtälöryhmän matriisi on saatu alkeisrivitoimituksilla seuraavaan muotoon:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Määritä yhtälöryhmän ratkaisu.

- Oletetaan, että A on neliömatriisi, jolle pätee $2A^3 + A - I = O$. Näytä, että matriisin A on kääntyvä ja osoita, että sen käänteismatriisi on $2A^2 + I$.