

Linjär algebra och matrisräkning I

Helsingfors universitet, institutionen för matematik och statistik

Kursprov 17.10.2012

I provet får man använda miniräknare men inte tabellbok.

1. (6 poäng) Från matrisen som motsvarar ett ekvationssystem har man med elementära radoperationer fått följande matris. Hur många lösningar har ekvationssystemet? Bestäm lösningarna.

$$\text{a) } \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad \text{b) } \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right]$$

2. (12 poäng) Betäckna $\bar{w}_1 = (1, 2, 0)$, $\bar{w}_2 = (1, 1, -1)$ och $\bar{w}_3 = (1, 4, 2)$. Vi vill utreda om följderna $(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \bar{w}_3)$ är linjärt oberoende. Hurdan ekvation bör man undersöka? Hurdant ekvationssystem fås från den?

Genom att förvandla ekvationssystemets matris med elementära radoperationer får man matrisen

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Vad kan man på basis av detta säga om den linjära oberoendeheten av följderna $(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \bar{w}_3)$? Motivera ditt svar omsorgsfullt.

3. (10 poäng) Antag att $k \in \mathbb{R}$. Beräkna determinanten av matrisen $A = \begin{bmatrix} k & 1 & 0 \\ k^2 & 2 & 0 \\ 0 & k & k \end{bmatrix}$.

Bestäm värdena på talet k för vilka matrisen A är inverterbar.

4. (10 poäng) Betäckna $\bar{w} = (-2, 1, 1)$, $\bar{v}_1 = (1, 2, 0)$ och $\bar{v}_2 = (0, 1, -1)$.

a) Visa att vektorn \bar{w} är vinkelrät mot vektorerna \bar{v}_1 och \bar{v}_2 .

b) Visa att vektorn \bar{w} är vinkelrät mot varje vektor i delrummet $\text{span}(\bar{v}_1, \bar{v}_2)$.

5. (10 poäng)

a) Hur definieras en inverterbar matris?

b) Antag att A , B och C är inverterbara $n \times n$ -matriser ($n \in \{1, 2, \dots\}$). Visa att då är också matrisen ABC inverterbar. Vad är dess invers?

Ge kursrespons! Din respons är viktig för oss eftersom vi vill utveckla undervisningen. Du får via WebOodi ett email med en länk varifrån du kommer åt att ge responsen. Genom att ge respons får man extra poäng motsvarande tre räkneövningsuppgifter utan stjärna.