Linjär algebra och matrisräkning I
Helsingfors universitet, institutionen för matematik och statistik
Kursprov 16.10.2013

I provet får man använda miniräknare men inte tabellbok.

1. (a) Skriv definitionen av mängden $\text{span}((1,0,-3),(1,-1,1))$.
   (b) Hitta tre vektorer i mängden $\text{span}((1,0,-3),(1,-1,1))$ som är distinkta från $(1,0,-3)$ och $(1,-1,1)$.
   (c) Lista upp delrummen av olika typer i $\mathbb{R}^3$. (Du kan svara med egna ord. Svaren behöver inte motiveras.)

2. (a) Visa att $\bar{v} = (1,-2)$ är en egenvektor till matrisen
$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}.$$
   Vad är det motsvarande egenvärdet?
   (b) Beteckna
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ c & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix},$$
   där $c \in \mathbb{R}$. Vad bör talet c vara så att B är inversen till A?

3. (a) Bestäm koordinaterna för $\bar{v} = (2,5)$ med avseende på basen $((-1,2),(0,3))$.
   (b) Beteckna $\bar{v}_1 = (1,0,3)$, $\bar{v}_2 = (1,1,0)$ och $\bar{v}_3 = (-1,0,a)$, där $a \in \mathbb{R}$. För vilka värden på a är följden $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ fri?

4. Vi antar att $\bar{v}, \bar{w} \in \mathbb{R}^n$ och $\bar{w} \neq \bar{0}$. Bevisa att vektorn
$$\bar{v} - \frac{\bar{v} \cdot \bar{w}}{\bar{w} \cdot \bar{w}} \bar{w}$$
   är vinkelrät mot $\bar{w}$.

Ge kursrespons! Din respons är viktig för oss eftersom vi vill utveckla undervisningen. Du får via WebOodi ett email med en länk varifrån du kommer åt att ge responsen.