

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Erilliskuulustelu
7.8.2014

1. (a) Kuuluuko vektori $\bar{a} = (12, 7, 4)$ vektorien $\bar{v} = (0, 3, 0)$ ja $\bar{w} = (6, 2, 2)$ virittämään aliavaruuteen?
(b) Keksi kaksi eri vektoria $\bar{p} \in \mathbb{R}^2$, joilla joukko

$$\{\bar{p} + t(-1, 2) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

on avaruuden \mathbb{R}^2 aliavaruus.

2. Kuinka monta ratkaisua yhtälöryhmällä on, jos

- (a) yhtälöryhmän matriisi saadaan alkeisrivitoimituksilla muotoon

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -15 & 4 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \end{array} \right]$$

- (b) yhtälöryhmän matriisi saadaan alkeisrivitoimituksilla muotoon

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

- (c) yhtälöryhmän kerroinmatriisi on

$$\left[\begin{array}{ccc} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{array} \right].$$

3. Merkitään $\bar{v}_1 = (1, 0, 0)$, $\bar{v}_2 = (1, -1, 0)$ ja $\bar{v}_3 = (0, 0, 2)$.

- (a) Osoita, että jono $\mathcal{B} = (\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ on avaruuden \mathbb{R}^3 kanta.
(b) Mikä pitää reaaliluvun a olla, jotta vektorin $(5, 1, a)$ koordinaatit kannan \mathcal{B} suhteen olisivat 6, -1 ja -3 ?

4. (a) Oletetaan, että $\bar{v}, \bar{w} \in \mathbb{R}^n$. Missä seuraavista merkinnöistä on järkeä? Perustele vastauksesi.

a) $\frac{\bar{v} \cdot \bar{w}}{\bar{w} \cdot \bar{w}} \bar{w}$ b) $\frac{\bar{v} \cdot \bar{w} \cdot \bar{w}}{\bar{w} \cdot \bar{w}}$ b) $\frac{\bar{v} \cdot \bar{w}}{\bar{w}}$

- (b) Merkitään $\bar{v} = (1, -1)$ ja $\bar{w} = (-1, 2)$. Määritä $\text{proj}_{\bar{v}}(\bar{w})$ ja piirrä kuva, jossa näkyvät vektorit \bar{v} , $\text{proj}_{\bar{v}}(\bar{w})$ ja $\bar{v} - \text{proj}_{\bar{v}}(\bar{w})$.

5. (a) Miten määritellään vapaa vektorijono?

- (b) Oletetaan, että $\bar{v}, \bar{w} \in \mathbb{R}^n$. Osoita, että jono $(\bar{v}, \bar{w}, \bar{0})$ ei ole vapaa.