

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Helsingin yliopisto
Kesätentti
13.6.2013

1. Merkitään

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \text{ja} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Mitkä seuraavista matriiseista ovat määriteltyjä: BC , CB , A^2 , C^{-1} ?
Matriiseja ei tarvitse määrittää, mutta vastaus on perusteltava.

2. Oletetaan, että $k \in \mathbb{R}$. Laske matriisin $A = \begin{bmatrix} 0 & k & k \\ k^2 & 2 & 0 \\ k & 1 & 0 \end{bmatrix}$ determinantti.

Määritä ne luvun k arvot, joilla matriisi A on kääntyvä.

3. Merkitään $\bar{v}_1 = (1, 0, 0)$, $\bar{v}_2 = (1, 2, 0)$ ja $\bar{v}_3 = (1, 0, -1)$.

(a) Osoita, että jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ on avaruuden \mathbb{R}^3 kanta.

(b) Määritä vektori, jonka koordinaatit kannan $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ suhteen ovat 6, -1 ja -3 .

4. Taso T kulkee pisteiden $A = (1, 2, 1)$, $B = (5, -2, 1)$ ja $C = (0, 2, -1)$ kautta. Onko piste $D = (3, 2, -1)$ tasossa T ?

5. Oletetaan, että $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3 \in \mathbb{R}^3$.

(a) Oletetaan, että jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ on vapaa. Onko jono

$$(\bar{v}_1 - \bar{v}_2, 2\bar{v}_2, \bar{v}_2 + \bar{v}_3)$$

vapaa?

(b) Osoita, että $\bar{v}_2 \in \text{span}(\bar{v}_1 + \bar{v}_2, \bar{v}_2 + \bar{v}_3, \bar{v}_3)$.