

Henkivakuutusmatematiikka 14.12.2012

1. Lainan määrä on 1000 euroa ja laina-aika 4 vuotta. Laina nostetaan hetkellä 0 ja maksetaan takaisin tasaerinä hetkinä 1, 2, 3 ja 4. Vuosikorko on 3%.

a) Määrää erien suuruudet.

b) Laina muutetaan hetkellä 2 heti toisen erän suorittamisen jälkeen tasalyhenteiseksi laina-aikaa ja maksuhetkiä muuttamatta. Määrää kahden viimeisen erän suuruudet.

2. Yhtiö käyttää vakuutusten hinnoittelussa Makeham-kuolevuutta μ ,

$$\mu(x) = a + be^{cx}, \quad x \geq 0,$$

missä a, b ja c ovat positiivisia vakioita.

a) Määrää x -ikäisen jäljellä olevan elinajan kertymäfunktio.

b) Määrää x -ikäisen elämänvaravakuutuksen nettokertamaksu, kun korvaussumma on S , vakuutuskauden pituus on n ja korkoutuvuus on positiivinen vakio δ .

3. Kertamaksullisessa kuolemanvaravakuutuksessa korvaus kuolinhetkellä on S_1 , jos kuolinhetki on pienempi kuin n (sopimuksen tekohetkestä nolla laskettuna) ja S_2 , jos kuolinhetki on välillä $(n, 2n)$. Olkoon korkoutuvuus $\delta > 0$ vakio, kuolevuus μ jatkuva ja vakuutettu x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä.

a) Johda vakuutuksen vastuovelkaa kuvaavat Thielen yhtälöt.

b) Määrää Thielen yhtälöiden avulla vakuutuksen nettokertamaksu.

4. Kolmen hengen vakuutuksessa vakuutetut ovat sopimuksen tekohetkellä x -, x_1 - ja x_2 -ikäisiä. Vakuutetuille maksetaan yhteensä jatkuvaa eläkettä seuraavasti. Jos elossa on 0, 1 tai 3 vakuutettua, ei makseta mitään. Jos elossa ovat x - ja x_1 -ikäinen tai x - ja x_2 -ikäinen, maksetaan eläkettä intensiteetillä e_1 , ja jos elossa ovat x_1 - ja x_2 -ikäinen, maksetaan eläkettä intensiteetillä e_2 .

Vakuutettujen elinajat ovat riippumattomia, x -ikäisen kuolevuus on μ , x_1 -ikäisen μ_1 ja x_2 -ikäisen μ_2 (μ, μ_1 ja μ_2 ovat positiivisia vakioita). Määrää vakuutuksen nettokertamaksu, kun korkoutuvuus on positiivinen vakio δ .

5. Olkoon kolmitilaisen Markov-prosessin tila-avaruus $E = \{1, 2, 3\}$. Olkoot intensiteetit $\mu_{12}, \mu_{13}, \mu_{21}$ ja μ_{23} jatkuvia funktioita. Muut intensiteetit ovat nollia. Tilojen tulkinnat ovat 1 = aktiivi, 2 = työkyvytön ja 3 = kuollut. Tarkastellaan sopimusta, jossa vakuutusmaksu maksetaan kertasuorituksella hetkellä nolla ja työkyvyttömälle maksetaan jatkuvaa eläkettä intensiteetillä \bar{S} välillä $[0, n]$. Korkoutuvuus on positiivinen vakio δ .

a) Esitä Thielen yhtälöt elossaolevan vakuutetun vastuuvelan määräämiseksi.

b) Oletetaan lisäksi, että $\mu_{12}, \mu_{13}, \mu_{21}$ ja μ_{23} ovat vakioita ja että $\mu_{21} = 0$. Määrää vastuvelka hetkellä $t \in [0, n]$, kun vakuutettu on tällöin työkyvytön.