

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Geometria

Erillistentti (Loppukoe)

24.1.2013

1. Osoita, että kolmion kaikilla kolmella keskijanalla on yhteinen piste.
2. Oletetaan, että ABC on kolmio. Miten harpilla ja viivaimella voidaan piirtää sellainen kolmion ABC kanssa yhdenmuotoinen kolmio, jonka kyljet sivuavat (ennalta) annettua ympyrää?
3. Pallo sivuaa säännöllisen tetraedrin tahkoja. Määritä pallon säde, kun tiedetään, että tetraedrin särmä on a .
4. Jos ympyrän keskipiste on O ja säde on r , niin inversio tämän ympyrän suhteen kuvaa pisteen A sellaiselle puolisuoran OA pisteelle A' , että yhtälö $|OA||OA'| = r^2$ toteutuu. Tarkastellaan inversiota ympyrän $x^2 + y^2 = 1$ suhteen. (a) Määritä pisteen $(1, -1)$ kuvapiste tässä inversiossa. (b) Määritä pisteen $(x, x - 2)$ kuvapiste tässä inversiossa.
5. Oletetaan, että $0 < a < b$. Osoita, että joukko $\{(x, y) \mid y = a x^2\}$ on joukon $\{(x, y) \mid y = b x^2\}$ kuva eräässä homotetiassa. (Ne ovat siis yhdenmuotoiset.)