

Analyysin peruskurssi

24.1.2013

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita.

Tehtävät:

1. Funktio f määritellään asettamalla:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c \sin(x)}{2x}, & x > 0 \\ \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x - 1}, & x < 0 \end{cases}$$

Millä parametrin c arvolla funktio voidaan määritellä pisteessä $x = 0$ siten, että funktio on kaikkialla jatkuva?

2. Todista induktiolla, että kaikilla $n \geq 1$,

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k k^2 = \frac{(-1)^n n(n+1)}{2}$$

3. Laske seuraavat derivaatat:

a. $\frac{d}{dx} e^{\cos(x^2)}$

b. $\frac{d}{dx} \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

4. Määritä käyrän $y^2 - x^2 + x^4 = 0$ rajaaman alueen pinta-ala.