

Analyysin peruskurssi

21.3.2013

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita.

Tehtävät:

1. Määritä raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{x}$$

2. Todista induktiolla, että kaikilla $k \geq 1$,

$$\sum_{n=1}^k (-1)^{n+1} n^2 = (-1)^{k+1} \left(\frac{k}{2} + \frac{k^2}{2} \right).$$

3. Laske seuraavat derivaatat:

a. $\frac{d}{dx} \cos(e^{2x})$

b. $\frac{d}{dx} \frac{\sqrt{x^2-1}}{\ln(x)}$

4. Laske seuraavat integraalit

a. $\int x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$

b. $\int \cos(x) + \frac{5}{x} dx$