

Algebra I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Kursseko
3.3.2010

1. Määritellään kokonaislukujen laskutoimitus $*$ seuraavalla tavalla:

$$n * m = n + m + 2.$$

Tässä $+$ on kokonaislukujen tavallinen yhteenlasku. Osoita, että $(\mathbb{Z}, *)$ on ryhmä.

2. Olkoon $H = \{(1), (134), (143)\}$.
 - a) Osoita, että H on ryhmän S_4 aliryhmä.
 - b) Osoita huolellisesti perustellen, että $H = \langle (134) \rangle$.
3.
 - a) Miten kuuluu Lagrangen lause? Kuvaile omin sanoin, miksi lause pitää paikkansa.
 - b) Määritä aliryhmän $\{[0]_8, [4]_8\}$ vasemmat sivuluokat ryhmässä \mathbb{Z}_8 .
4. Osoita, että sykliset ryhmät ovat vaihdannaisia. Anna esimerkki äärellisestä vaihdannaisesta ryhmästä, joka ei ole syklinen.