

YLIOPISTOMATEMATIIKKA AINEENOPETTAJAN NÄKÖKULMASTA (SYKSY 2016)

LOGIIKKA JA TODISTAMINEN: POHDINTACASE 2

Oona Opettajan yläkoulun matematiikan tunnilla mietittiin, onko totta, että kahden parillisen luvun summa on parillinen ja miten väitteen voisi osoittaa todeksi tai epätodeksi. Oonan oppilaat kehittivät muutamia erilaisia ratkaisuja ja lähes kaikki olivat sitä mieltä, että väite on totta. Alla on kuusi esimerkkiä annetuista ratkaisuista. Suurin osa oppilaista kehitti väitteelle Kaarinan tai Nellin ratkaisua muistuttavan todistuksen. Oona kysyi oppilailtaan, mistä ratkaisusta he luulisivat tulevan parhaat pisteet kokeessa. Oppilaat uskoivat, että Markon ratkaisusta tulisi parhaat pisteet kokeessa.

<p>Artturin ratkaisu:</p> <p>a on mikä tahansa kokonaisluku</p> <p>b on mikä tahansa kokonaisluku</p> <p>$2a$ ja $2b$ ovat mitä tahansa parillisia kokonaislukuja</p> <p>$2a + 2b = 2(a+b)$</p>	<p>Markon ratkaisu:</p> <p>Olkoon x mikä tahansa kokonaisluku ja y mikä tahansa kokonaisluku.</p> <p>$x+y = z$</p> <p>$z-x = y$</p> <p>$z-y = x$</p> <p>$z+z - (x+y) = x+y = 2z$</p>
<p>Vivianin ratkaisu:</p> <p>Parilliset luvut ovat sellaisia, jotka voidaan jakaa kahdella. Jos lasketaan yhteen luvut joilla on jokin yhteinen tekijä -- tässä tapauksessa luku 2 -- saadaan tuloksena luku, jolla on myöskin tekijänä kyseinen luku.</p>	<p>Kaarinan ratkaisu:</p> <p>Parilliset luvut loppuvat aina numeroon 0,2,4,6 tai 8. Jos näitä lasketaan yhteen, vastauksena saatu luku loppuu myöskin numeroon 0,2,4,6 tai 8.</p>
<p>Nellin ratkaisu:</p> <p>$2+2 = 4, 2+4=6, 2+6 = 8$</p> <p>$4+2 = 6, 4+4 = 8, 4+6 = 10$</p>	<p>Taavin ratkaisu:</p> <p>..... + =</p>

RYHMÄSSÄ POHDITTAVAA:

1. Pohtikaa, mitä vahvuuksia ja mitä heikkouksia kussakin ratkaisussa on.
2. Antakaa kullekin ratkaisulle pisteet asteikolla 0-6 p.
3. Miettikää, miten ohjaisitte kutakin oppilasta parantamaan ratkaisuaan.
4. (Pohtikaa, miksihän oppilaat pitivät Markon ratkaisua parhaana.)