

Vektorianalyysi I

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos

Syksy 2016

Harjoitus 5

Tehtävien viimeinen palautuspäivä: pe 04.10.2016 klo 19.00.

Muista, että kurssisivulta löytyy linkki tämän viikon Stack-tehtäviin, joissa lisää integrointiharjoituksia.

Tehtäväsarja I

Aluksi pari helppoa integrointia. Näistä ensimmäinen on Harjoituksen 4 viimeinen tehtävä, tällä kertaa siten kun sen alunperin piti olla :)

1. Olkoon $\tilde{R} = [0, 1] \times [1, 2]$. Laske integraali

$$\int_{\tilde{R}} x_2 \sin(\pi x_1 x_2) dx.$$

- 2.* Olkoon T tasokolmio, jonka kärkipisteet ovat $(0, 0)$, $(2, 0)$ ja $(2, 1)$. Laske integraali

$$\int_T x_1^2 + x_2^2 dx.$$

Tehtäväsarja II

- 3.* Laske integraali

$$\int_Q (x_1 + x_2)e^{x_3} dx,$$

missä $Q = [0, 1] \times [0, 1] \times [-1, 1]$.

4. Olkoon $Q = [-1, 1] \times [0, 1] \times [-1, 1]$. Laske integraali

$$\int_Q x_1 e^{x_2^2 + x_3^2} dx.$$

Tehtäväsarja III

Lue kurssisivulla oleva lisämateriaali Lagrangen kertoimista, ja ratkaise seuraavat sidotut ääriarvo-ongelmat.

5. Määritä funktion $f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2$ suurin ja pienin arvo joukossa $\{(x_1, x_2); x_1^2 + x_2^2 = 1\}$ sekä käyttäen Lagrangen kertoimia, että sopivaa parametriesitystä joukolle $\{(x_1, x_2); x_1^2 + x_2^2 = 1\}$.
- 6.* Määritä funktion $f(x_1, x_2, x_3) = x_2$ suurin ja pienin arvo joukossa $\{(x_1, x_2, x_3); x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6\}$. Osaatko päätellä lopputuloksen myös suoraan sopivasta kuvasta?