

Transformaatioryhmät

Harj. 4 (6.10.2016)

1. Käy läpi yksityiskohtat esimerkiksi 2, 2, 3)

2. Todista Teoreema 2.8.

3. Olk. $G = (\mathbb{R}, +)$ ja $X = \mathbb{R}^2$ ja tark. toiminta
 $\varphi: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
 $(t, (x, y)) \mapsto (x+t, y).$

a) Onko φ suljettu kuvaus?

b) Osoita, että $X/G \approx \mathbb{R}$.

4. Jatkoa viime kerran tehtävään 5:

Osoita, että $SO(2) \cong (S^1, \cdot)$ topologisin ryhmänä.

5. Tarkastellaan $GL(n, \mathbb{R})$:n luonnollista toimintaa \mathbb{R}^n :ssä.

a) Mikä on pisteen $e_n = (0, 0, \dots, 0, 1)$ isotropiaryhmä?

b) Entä jos ryhmänä on $SL(n, \mathbb{R})$?

c) Tark. funktiota $f: SL(n, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^n$

$$A \mapsto Ae_n$$

Mikä on $\text{im}(f)$?

6. Jatkoa viime kerran tehtävään 6:

a) Osoita: jos $\langle e^{i\theta} \rangle$ on ääretön, niin se on tiheä S^1 :ssä.

b) Osoita, että S^1 :n suljettu aliryhmä on joko äärellinen syklinen ryhmä tai S^1 .