

Transformaatioryhmät

Harj. 2 (22.9.2016)

1. Osoita yleisempi muoto Lemmasta 1.19:

Jos $f: X \rightarrow Y$ ja $g: X' \rightarrow Y'$ ovat avoimia kuvauksia, niin
 $f \times g: X \times X' \rightarrow Y \times Y'$ on avoin.

2. Olk. G yhtenäinen topologinen ryhmä ja U mielivaltainen
 e :n ympäristö G :ssä. Osoita, että $G = \bigcup_{n=1}^{\infty} U^n$

(eli U virittää G :n). Tässä $U^n = \{u_1 u_2 \dots u_n \mid u_1, \dots, u_n \in U\}$.

Vihje: Osoita, että $\bigcup_{n=1}^{\infty} (U n U^{-1})^n$ on G :n avoin aliryhmä.

3. Olk. G yhtenäinen, lokaalisti kompakti topologinen ryhmä.

Osoita, että G on σ -kompakti avaruus (eli numeroituva
yhdiste kompakteista joukoista).

4. Todista Teoreema 1.22.

5. Todista Lemma 1.23.

6. Todista Lause 1.25.

7. Kts. Teoreeman 1.24 todistus, luentomonisteen
s. 15, 4. rivi.

Todista yhtälö $\pi(U \cap \pi^{-1}(Y)) = \pi(U) \cap Y$,