

Transformaatiooryhmät

Harjoitus 13 (15.12.2016)

1. Osoita, että yhdistetty kuvaus vahva' kuvauksista on vahva'.
2. Olk. G lokaalisti kompakti ja X Hausdorffin Cartan G -avaruus. Osoita käyttämällä verkkoja, että radat Gx ovat suljettuja.
3. Osoita, että topologinen avaruus X on Hausdorffin avaruus jos ja vain jos jokainen verkko X :ssä suppenee korkeintaan yhtä pistettä kohti (t.s. ei suppene tai suppenee täsmälleen yhtä pistettä kohti).
4. Kts. luennot, s. 98.
Osoita, että funktio u on suljettu.
5. Olk. G lokaalisti kompakti ja X Cartan G -avaruus. Olk., että X :ssä on G -invariantti metriikka d (joka määrittelee X :n topologian).
Määritellään $D: X/G \times X/G \rightarrow \mathbb{R}_+$
$$D(Gx, Gy) = \inf \{ d(hx, gy) \mid h, g \in G \}.$$

Osoita, että D on metriikka rata-avaruudessa X/G (joka määrittelee X/G :n topologian, eli tekijätopologian).

[Muutama vihje: $\inf \{ d(hx, gy) \mid h, g \in G \} = \inf \{ d(x, gy) \mid g \in G \}$
(miksi?)

- tehtävästä 2 voi olla hyötyä
- voit osoittaa, että $\pi(B_d(x, r)) = B_D(\pi(x), r)$, missä π on projektio $X \rightarrow X/G$.