

Laskuharjoitus 12

16:39 » Suurimman uskottavuuden estimaatti, miten laskea? Tuli 0. H12T1b

18:12 » Nolla ei ole järkevä parametri Poisson-jakaumalle :) Tässä tapauksessa kätevää on, että uskottavuusfunktio maksimoituu samassa pisteessä kuin sen logaritmi (logaritmi on määrittelyjoukossaan aidosti kasvava bijektio). Eli ota uskottavuusfunktioista logaritmi ja tarkastele sen derivaatan nollakohtia.

18:27 » 16:39: olitkin juuri saanut hyvän vihjeen 18:12:lta :) Eli tuo suurimman uskottavuuden estimaatti on se kohta, missä uskottavuusfunktio (jonka laskit a)-kohdassa) saa suurimman arvonsa. Ja derivointi on mitä mainioin työkalu tällaisen kohdan hakemiseen. Ja ottamalla ensin logaritmi uskottavuusfunktioista homma helpottuu edelleen :) (katso, mitä 18:12 kirjoitti) – PetteriP (*)

11:25 » Materiaalin uskottavuusfunktio osa ei oikein neuvonut?

11:33 » Uskottavuusfunktion esittely materiaalissa on tosiaan melko tiivis, mutta sen maksimointia jonkin annetun muuttujan suhteen voi minusta ajatella melko yleisenä analyysin ongelmana: on annettu yhden muuttujan reaaliarvoinen funktio, mitä työkaluja sen maksimointiin löytyisi? Tuolla Petterin vinkillä tehtävä todennäköisesti avautuu. :)

11:35 » Verkosta löytyy varmaan monia hyviä lisämateriaaleja tästä; esim.

<http://wiki.helsinki.fi/download/attachments/87264111/all.pdf> s. 20- avaa kysymystä lisää ja valaisee esimerkein SU-estimaatin löytämistä.

12:17 » 11:25: eli ajatus on suunnilleen seuraava :) uskottavuusfunktio $L(\lambda) = f(y | \lambda)$, kun y on annettu aineisto $y = (y_1, \dots, y_n)$ ja ymmärrämme f :n sv:n $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$ tiheysfunktiona, joka riippuu parametrilla λ . – PetteriP (*)

12:21 » Eikös tehtävässä 1 uskottavuusfunktion etsimisen ja jatkonkin kannalta ole hyödyllistä käyttää tietoa, että kertoimet x_i eivät riipu parametrilla λ ? :)

12:28 » ... eli 1) mietit, mikä on Y_1 :n tiheys (ptnf), Y_2 :n tiheys (ptnf), ... ja 2) käytät riippumattomuutta, jotta saat sv:n Y yptnf:n joka nyt riippuu y :stä, x :stä ja λ . 3) Ajatellaan, että tiedämme y :n (eli aineisto on käytössämme). Tällöin tuon $f(y | \lambda)$:n voisi lukea lähes vastauksena kysymykseen "jos parametri sattuisi olemaan λ , niin kuinka todennäköistä (lue: uskottavaa) on että havaitsimme y :n?". – PetteriP (*)

12:32 » ... eli tuo tiheysfunktio piti olla tiheys (sillä tehtävässä olikin diskreetit havainnot :) 3) tuo uskottavuusfunktio $L(\lambda)$:n maksimikohdan hakeminen hakee siis sitä parametria, jolla voimme ajatella "havaintojen olevan kaikkein uskottavimmat". – PetteriP (*)

12:36 » 12:21: on hyödyllistä ja oleellista, sillä jos ne riippuisivat parametrilla λ , niin tämä olisi pitänyt kertoa mallissa kertoa. :) – PetteriP (*)

12:40 » 11:25: mutta "materiaalin .. osa ei oikein neuvonut" johtuu siitä, että lähestymme tätä tilastollisen päättelyn kysymystä kuten 11:33 mainitsi "mainiona esimerkkinä tn-laskennasta ja yleisenä analyysin ongelmana :) " eli emme varsinaisesti yritä kovastikaan antaa täyttä kuvaa tilastollisista malleista ja näihin liittyvistä päättelyistä. Mutta kannattaa katsoa materiaalin esimerkit 9.3, 9.4 ja 9.5 jotka hieman valaisevat kuinka uskottavuusfunktio määrätään eri malleissa. – PetteriP (*)

16:44 » Ehdolliset jakaumat on hankala käsite. Tuleeko siis T_3 jakauman $W | (A=a, L=l)$ selvittämiseksi ensin selvittää A :n ja L :n yhteisjakauma?

17:19 » 16:44: Jakauman saa muistaakseni määriteltyä lauseen 10.6 avulla.

17:23 » kiitos 17:19 :)

20:33 » $\Sigma_{XX}^{-1} = 1/(\Sigma_{XX})$?

20:40 » Tuo sigma taitaa olla matriisi, eli -1 olisi varmaankin käänteismatriisi :)

20:41 » ...tai, jos se sattuu olemaan luku (1×1 -matriisi), niin sitten tietysti sopivasti tulkiten kaava pitää paikkansa :)

20:41 » Noh ;D Näinpä juu, mutta eikös yksiulotteisessa tapauksessa ole $\Sigma_{XX} = \text{Var } X$?

20:42 » jaah..kerkesit jo :)

09:55 » 32 vuotta vanhojen ja 160cm pitkien henkilöiden painojakauma $N(-184, -337244)$.. Jotain taisi mennä pieleen =)

13:39 » 09:55: jotain saattoi mennä... :) – PetteriP (*)

14:06 » h12t5-6: onko myy jokin tunnusluku? otoska? voiko sitä kohdella laskuissa annettuna reaaliavakiona?

15:00 » 14:06: se myy on laskuissa annettu reaaliavakio... tulee käytettyä sitä vähän turhan suruttomasti ja unohtui mainita tämä tärkeä tieto. – PetteriP (*)

15:19 » 09:55 olisiko pituus ja ikä menneet epähuomiossa väärin päin matriisiin? Itse laskin aluksi vahingossa näin ja ihmettelin saatuja negatiivisia lukuja :D

16:47 » Tehtävä 4b. Mitäs kohtaa monisteesta tässä kannattaisi hyödyntää? En oikein pääse eteenpäin.

16:53 » 16:47. Aihetta käsitellään osiossa 10.7. Mieti, mitkä olisivat satunnaisvektorit Y ja X tehtävän tapauksessa. Yritä sitten kirjoittaa $\text{Cov}(V)$ samanlaisena osituksena kuin kaavassa 10.14 (eli 2×2 -matriisina, jonka sisällä esiintyvät matriisit $\text{cov}(X, X)$, $\text{cov}(X, Y)$, $\text{cov}(Y, X)$ ja $\text{cov}(Y, Y)$).

16:54 » ...siis satunnaisvektorit Y ja X lauseen 10.6 soveltamiseksi.

16:54 » Hups, katsoin väärää tehtävää :D

16:58 » 4b:ssä voit kertoa Y^t :tä erikseen luvulla $1/4$ ja Y :tä erikseen luvulla $1/4$, tulos on identtisesti sama. Mieti, mikä jakauma kullakin Y :n ja Y^t :n komponentilla silloin on. Satunnaismuuttujan W jakauman määrittämiseksi löytyy apua osiosta 5.3.7 (ja 10.9).

17:20 » Kiitos 16:58 :)

18:45 » Olisiko jotain vinkkejä, miten tehtävässä 5 pääsisi alkuun?

19:33 » 18:45: Auttaisiko sellainen, että miettisi a)-kohtaa ensin tosi pienessä tapauksessa (vaikka $n=3$)? Siitä voisi hiffata idean a)-kohtaan. Loppujen lopuksi siinä kyse on vain merkinnöistä ja matriisitulon määritelmästä. b)-kohdassa voi muistella, miten kuvauksen lineaarisuus ja matriisilla kertominen liittyvät toisiinsa ja sitten hyödyntää esim. lauseita 10.5 (vektorille W) ja 10.2 (muunnokselle W :stä) ja a)-kohdan tulosta.

20:47 » nythän mä vasta hokasin että tää multinormaalijakauma on aika kiva kaikkine ominaisuuksineen

21:21 » Kysymys H12T1:stä tapauksessa $\text{mean}(y) = 0$. Itse olisin taipuvainen ajattelemaan, että väite " $\lambda = 0$ " olisi aika rohkea jopa "raja-arvomielessä" (itsessäänhän nolla ei olisi Poisson-jakaumalle kelvollinen parametri). Voisiko sanoa vaikka, että "jos tulos $\text{mean}(y) = 0$ saadaan myös suurilla n ja $\text{mean}(x)$, on uskottavaa väittää, että ilmiö on tarkkailujaksolla ollut erittäin harvinainen"?

21:25 » ...itse ajattelin joko sen suuntaisesti, että jos havainnoissa on melko vähän sekä signaalia että kohinaa, ei ole mielekästä esittää väitteitä, jotka antavat ymmärtää, että olisi saatu jonkin kivan siistin mallin kanssa hyvin yhteensopivia havaintoja. Ilmiö voi kuitenkin olla "erittäin harvinainen" hyvin monella tapaa.

21:38 » Mihin T_4 tarvitaan oletusta $n \geq 10$? En meinaa päästä tässä maaliin ja tuota en ole käyttänyt missään, harvoin on tehtävissä "turhia" oletuksia. Luulen tietäväni miten jakautuu $1/4 Y^t$ ja $1/4 Y$, vaan miten jakautuu näiden tulo, eli kysytty W ... Tarviiko tässä kohtaa tuota oletusta, en vain keksi mihin.

21:38 » kyseessä siis b)-kohta

21:46 » mieti miten Y :n ja Y^t :n komponentit ovat jakautuneet. W on eräänlainen summa näistä komponenteista...

21:46 » korjaan $1/4 Y$:n ja $1/4 Y^t$:n

21:53 » hmmm... tiedän komponenttienkin jakauman, silti vähän pihalla :D Tulo $1/4 Y^t * 1/4 Y$ antaa matriisin, jossa diagonaalialkioiden summan jakauma olisi helppo tunnistaa, tätä varmaan haetaan, mutta en ymmärrä miten/miksi W on summa näistä? Tai muistakaan komponenteista :D

21:55 » eikös $0.25 Y^t Y$ ole (1×6) -matriisi ja Y (6×1) -matriisi, jolloin niiden tulo on (1×1) -matriisi eli skalaari, joka on se summa

21:56 » Juuri noin kuin 21:55 sanoi. Helpointa asia on muistaa sarakevektoreille Y muodossa $Y^t * Y = \|Y\|^2$, missä $\|\cdot\|$ on normi. Se siis vastaa hyvin näppärästi yksiulotteista tapausta $y * y = y^2$. :)

22:01 » no voihan veljet näinhän se on :D Mulla oli huolimattomuuttani Y^t ja Y väärinperin. Kiitokset kiitokset! :) Mutta ehkä ymmärrätte ihmetelyni, kun tärähti ulos 6×6 matriisi ja diagonaalilla nuo kivan näköiset jutut.

22:06 » Itsellä on tapana merkitä satunnaisvektoreita eri tavalla. Tehtävänannossa esim. $Y=(X_1, \dots, X_6)$ näyttää minun silmiin vaakavektorilta ja merkitsisin itse sitä mieluummin $Y=[X_1, \dots, X_6]^T$ sekaannuksen välttämiseksi, mutta makuasioitahan nämä ovat.

22:12 » "Laske $X_{\{1005\}}$:n ehdollinen tiheys..." Vaaditaanko tässä erityisesti vielä tiheysfunktioita vai riittääkö vain jakauma ja sen parametrit?

22:14 » 21:38: tuo $n \geq 10$ on pikkaisen huoleton oletus :) riittäisi, että se on vähintään 6. Eli se on mukana sitä varten että voidaan poimia (ainakin) kuusi sm:aa sv:stä X . – PetteriP (*)

22:18 » 22:12: riittää jakauma ja parametrit mutta nämä kun tiedät, voit kirjoittaa tiheyden lauseella 10.3. :) Jätän omaan harkintaan. – PetteriP (*)

22:20 » 22:06: makuasioita kyllä :) Tuon pystyvektorimerkinnän pilkuilla eräs motiivi on sen läheisyys tavallisen funktion kirjoitustavan kanssa. Mutta aina kannattaa käyttää itselleen sopivia merkintöjä (ja joskus tehdä myönnytyksiä merkinnöistään :) – PetteriP (*)

22:24 » 20:47: mainiota :D Ja uskallan väittää, että tuosta ei ole pitkä matka tilanteeseen, jossa aina toivoisi kaiken olevan normaalijakautunutta :) – PetteriP (*)

22:31 » kiitos 22:14. Tehtävä olikin jo valmis ja jäin edelleen miettimään tuota hämyä oletusta :) Vastaus selvensi asiaa

11:57 » Oonkohan tehtävän 4 kanssa ihan pihalla, kun välvaiheessa tulee ulos normaalijakautuneiden satunnaismuuttujien neliöitä? Tälle summalle kyllä Wikipedia tarjoaa tunnettua jakaumaa, se vaan ei ole kurssilta tuttu :P

15:19 » Monisteen luvun 5 lopusta lienee hyötyä

16:07 » Onko Petteri sun erilliskokeeseen tekemään lunttia mahdollista saada nähtäväksi?

18:49 » 16:07: yritän saada lunttini sekä muuta tietoa illan aikana kurssisivulle. – PetteriP (*)

15:40 » Kenties tyhmä kysymys, mutta varmistelen että tuleehan luntti kokeeseen jollain tekstinkäsittelyohjelmalla kirjoitetussa muodossa? Tuo nyt kurssisivulla oleva versio on aika sotkuinen ja epäselvä

20:14 » 15:40: valitettavasti ei. Kopio on parempilaatuinen mutta muuten aivan yhtä epäselvä – Petteri.. (*)

17:56 » Oonkohan kertaustehtävien ratkaisuisa muutama virhe? Pitäisikö ensimmäisen tehtävän odotusarvo olla 2 eikä 4? Ja tehtävässä 4 taitaa olla eri integrointirajat kuin tehtävänannossa?

18:01 » 17:56: kertaustehtävien "ratkaisut" sisältävät useita tällaisia virheitä, eli ne "ratkaisevat" samantapaisia ongelmia, mutta ihan eri alkuarvoilla :) Laitan varsinaiset ratkaisuehdotukset niihin tehtäviin joissa tehtävänanto on muuttunut loppuviikon aikana. – PetteriP (*)

18:03 » ... aika valitettavasti loppui kesken, joten jouduin turvautumaan tällaiseen tapaan. Laitoinkin siksi "Ratkaisuehdotusten" _viitteellisyydestä_ maininnan kurssisivulle. – PetteriP (*)