JAKAUMIA : DISKR	PTNF $f_X(x)$	EX	var X	$M(t)$
$X \sim Bin(n, p)$	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	np	$np(1-p)$	$(pe^t + 1 - p)^n$
$X \sim Bernoulli(p)$	$\Leftrightarrow X \sim Bin(1, p)$			
$X \sim Geom(p)$	$p(1-p)^x, x = 0,1,2,\dots$	$\frac{1-p}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$	$\frac{p}{1-(1-p)e^t}, t < \ln(\frac{1}{1-p})$
$X \sim Poi(\theta), \theta > 0$	$e^{-\theta} \cdot \frac{\theta^x}{x!}, x = 0,1,2,\dots$	θ	θ	$\exp(\theta(e^t - 1))$

JAKAUMIA ; JATKUVA	TF $f_X(x)$	EX	var X	
$X \sim U(a,b)$	$\frac{1}{b-a} 1\{a < x < b\}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	
$X \sim Exp(\lambda), \lambda > 0$	$\lambda e^{-\lambda x} 1\{x > 0\}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$\frac{\lambda}{\lambda - t}, t < \lambda$
$X \sim N(\mu, \sigma^2)$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2})$	μ	σ^2	$\exp(\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2)$

JAKAUMIA = DISTRIBUTIONS = FÖRDELNINGAR
DISKR = DISCRETE
JATKUVA = CONTINUOUS = KONTINUERLIG

ODOTUSARVO = EXPECTATION = VÄNTEVÄRDE
VARIANSSI = VARIANCE = VARIANS

ODOTUSARVON OMINAISUUKSIA : 1-uloitt. (1-dim)

- $EX \geq EY \Leftarrow X \geq Y$
- $EX = 0, X \geq 0 \Rightarrow X = 0$ (t n:llä 1) (with pr. 1)
- $E(aX + bY) = aEX + bEY$
- $E(XY) = EX\,EY \Leftarrow X \perp\!\!\!\perp Y$
- $X \overset{d}{=} Y \Rightarrow EX = EY$

$$\cdot\ Eg(X) = \begin{cases} \sum_x g(x) f_X(x), & X \text{ diskr.} \\ \int g(x) f_X(x)\,dx, & X\text{:llä jatkuva jakauma} \end{cases}$$
(TTL)

(ko)varianssi (1-uloitt.)

- var $X \geq 0$
- var $X = E(X - EX)^2 = EX^2 - (EX)^2$
- $\text{var}(aX + b) = a^2 \text{var} X$
- $\text{var}(X + Y) = \text{var} X + \text{var} Y \Leftarrow X \perp\!\!\!\perp Y$
- $\text{cov}(X,Y) = E(X - EX)(Y - EY)$
- $\text{cov}(X,X) = \text{var} X$

EHDOLLINEN ODOTUSARVO = CONDITIONAL EXPECTATION = BETINGAT VÄNTEVÄRDE
MONIULOTTEINEN = MULTIDIMENSIONAL = FLERDIMENSIONELL
YHTEISJAKAUMA = JOINT (PROB.) DISTRIBUTION = SIMULTANA FÖRDELNINGEN
VEKTORI = VECTOR = VEKTOR , MATRIISI = MATRIX = MATRIS
STANDARDINORMAALIJAKAUMA = STANDARD (MULTI) NORMAL DISTRIBUTION
= STANDARDISERAD NORMAL FÖRDELNING
MULTINORMAALIJAKAUMA = MULTINORMAL DISTRIBUTION
= MULTIVARIAT (MULTIVARIAT) NORMAL FÖRDELNING

MONIULOTTEISISTA:

· X, Y SATUNNAISVEKTOREITA, MERK. $X = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} = (X_1, \dots, X_n)$

· $Z = (X, Y) = \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = (X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_m)$ $\quad Y = (Y_1, \dots, Y_m)$

YHTEISJAKAUMA, KERTOLASKUSÄÄNTÖ (VOIMASSA KUN X, Y JATKUV. JAK. / X, Y DISKR. JAK / X DISKR. Y JVASTI JAK)

$$f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) f_{Y|X}(y|x)$$

MARGINALISOINTI:

$$f_X(x) = \begin{cases} \int f_{X,Y}(x,y)\,dy \\ \sum_y f_{X,Y}(x,y) \end{cases}$$

(TTL)

$$\mathbb{E} g(X,Y) = \begin{cases} \sum_x \int g(x,y) f_{X,Y}(x,y)\,dy & X \text{ DISKR., } Y \text{ JVA JAK} \\ \iint g(x,y) f_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy & X, Y \text{ JVA JAK} \\ \sum_x \sum_y g(x,y) f_{X,Y}(x,y) & X, Y \text{ DISKR.} \end{cases}$$

EHDOLLINEN ODOTUSARVO $\mathbb{E}(g(X,Y) \mid X = x) = m(x)$

VARIANSSI $\mathrm{Var}(g(X,Y) \mid X = x) =: v(x)$

MÄÄR. (TTL):n AVULLA KUN KAAVASSA $f_{X,Y}(x,y)$ KORVATAAN $f_{Y|X}(y|x)$:llä ja $\mathbb{E}$! "integroida x:n suhteen"

EHDOLLINEN ODOTUSARVO $\mathbb{E}(g(X,Y) \mid X) = m(X)$

VARIANSSI $\mathrm{var}(g(X,Y) \mid X) = v(X)$

(COND. EXP. IS DEFINED WITH (TTL) MODIFIED BY REPLACING $f_{X,Y}$ WITH $f_{Y|X}$)

OMINAISUUKSIA:

· $\mathbb{E} g(X,Y) = \mathbb{E}\,\mathbb{E}(g(X,Y) \mid X)$

· $\mathrm{var}\, g(X,Y) = \mathbb{E}\,\mathrm{var}(g(X,Y) \mid X) + \mathrm{var}\,\mathbb{E}(g(X,Y) \mid X)$

KOVARIANSSI JA KOVARIANSSIMATRIISI:

· $\mathrm{Cov}(X) = \mathrm{cov}(X, X)$

· $\mathrm{cov}(X, Y) = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)(Y - \mathbb{E}Y)^T = \mathbb{E}(XY^T) - (\mathbb{E}X)(\mathbb{E}Y)^T$

· $\mathrm{cov}(AX, BY) = A\,\mathrm{cov}(X,Y)\,B^T$ (A, B VAKIOMATRIISEJA / CONSTANT MATRICES)

STANDARDINORMAALIJAKAUMA $N_n(0, I_n)$:

$U \sim N_n(0, I_n) \Rightarrow$ TF $f_U(u) = (2\pi)^{-n/2} \exp(-\frac{1}{2} u^T u)$

($\mathbb{E}U = 0_n$, $\mathrm{Cov}\, U = I_n$)

YLEINEN MULTINORMAALIJAKAUMA: $X = AU + \mu$. $\mathbb{E}X = \mu$, $\mathrm{Cov}\, X = AA^T = \Sigma$

JOS Σ SÄÄNNÖLLINEN, TF OLEMASSA JA

$$f_X(x) = (2\pi)^{-n/2} (\det \Sigma)^{-1/2} \exp(-\tfrac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1} (x-\mu))$$

TIHEYSFUNKTION MUUNTOKAAVAN MUISTISÄÄNTÖ (MONIULOTT.)

$$f_X(x)\,|\partial x| = f_Y(y)\,|\partial y| \quad \text{kun } y = g(x) \Leftrightarrow x = h(y)$$

$\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{\partial(x_1 \dots x_n)}{\partial(y_1 \dots y_n)}$ on jacobiaani (kuvauksen h)