

## Laskuharjoitus 5B

14:53 » mistä löytyisi apuja tuohon  $X^2$ -testisuureen tulkintaan. Olen nyt jumissa täysin tehtävässä h5bt1, google ei oikein auttanut. Kurssimateriaalissa ei taida hirveästi olla mitään tuohon liittyen?

15:14 » 14:53: Mitä ongelmasi siis koskee, p-arvon tulkintaa vai p-arvon laskemista? Löysitkö jo monisteesta esimerkiksi osion 5.6.4?

16:55 » H3BT4:n ratkaisuehdotus: ovatkohan aivoni jääneet jonnekin narikkaan, vai pitäisikö kertymäfunktion kuitenkin olla  $1\{0 < t \leq \theta\} t^n/\theta^n + 1\{t > \theta\}$ ? Nyt rajauksena näyttäisi olevan  $1\{0 < t \leq 1\}$ , mitä en onnistu itselleni ihan perustelevaan. :)

17:50 » H5BT1 Sattuvatko Waldin ja Raon testisuuret olemaan tässä identtiset?

18:24 » Kysymys tehtävästä H5BT1b) Pitääkö tässä olettaa, että koehenkilö pitää jompaa kumpaa olutlaatua toista parempana ja testataan sitten sitä että kummankin olutlaadun "kannattajien" osuus on yhtä suuri?

19:13 » 14:53: kuten 15:14 jo pohti, niin ongelmiahan voi olla monia. Eli jospa aloitan p-arvon laskemisesta, sillä materiaalista puuttuu khiin neliön (chi-squared distribution) taulukko... 1)

googlamalla "chi squared table" tuli ainakin itselle vastaan ensimmäisenä

"sites.stat.psu.edu/~mga/401/tables/Chi-square-table.pdf" – PetteriP (\*)

19:14 » ... 2) netistä Australian National Universityn online-laskuri

"http://surfstat.anu.edu.au/surfstat-home/tables/chi.php" 3) myös R:ää voi käyttää... Selitän pienellä esimerkillä miten nuo toimivat... – PetteriP (\*)

19:25 » ... oletetaan, että p-arvoa laskieasas oltaisiin ajautettu tilanteeseen, missä laskettaisiin  $t_n$ :ää  $P(X \geq 7)$  ja  $X$  olisi  $\chi^2$  jakautunut vapausasteella 2. Aloitetaan 3):sta eli R:stä. Nyt  $P(X \geq 7) = 1 - P(X < 7) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - F_X(7)$ , missä  $F_X$  on sm:n  $X$  kf (tuo viimeinen välivaihe seurasi siitä, että  $X$ :n jakauma on jatkuva :) ... – PetteriP (\*)

19:28 » ... siispä voisimme laskea tuon  $t_n$ :n käyttämällä kertymäfunktiota, mikä R:ssä on pchisq (aivan kuten pnorm on normaalijakauman kf). Tälle kerromme sekä vapausasteet että kohdan  $x = 7$ , joten pyytämällä R:ää laskemaan "1 - pchisq(7,2)" saamme vastauksen 0.03019738... – PetteriP (\*)

19:29 » ... vastaavasti voisimme pyytää R:ää kertomaan tuon häntät $n$ :n suoraan "pchisq(7,2, lower.tail=FALSE)" joten suosittelen R:n käyttäjiä kirjoittamaan "help(pchisq)" tarkempia ohjeita varten. – PetteriP (\*)

19:33 » ... Sitten laskin 2) Nyt kokeile syöttää laskuriin (kts. 19:14) kohtaan d.f. luku 2 ja kohtaan "c^2 value" luku 7 ja paina nuolta "---->" Tällöin laskin ilmoittanee samat  $t_n$ :t kuin R (saatat nähdä myös  $t_n$ :n 0.9698026, jos pyydät laskuria laskemaan kf:n :)... – PetteriP (\*)

19:45 » ... tuo taulukko 1) (kts. 19:13) toimii toisin... Kohta d.f. (kuten laskurissakin, tulee sanoista "degrees of freedom" eli tarkoittaa vapausasteita (mikä esimerkissä on 2). Mutta muuten taulu kuvaa periaatteessa khiin neliön yläkvantiilifunktiota (TN2 luku 2.9.) eli häntät $n$ :n käänteisfunktiota :) ... – PetteriP (\*)

19:50 » ... katsotaan riviä d.f. = 2. Lukua 7 ei sieltä löydy vaan luvut 5.991 ja 7.378 ovat sitä lähimpänä. Näitä lukuja vastaavat sarakkeet on nimetty  $\chi^2_{\alpha}$ , missä  $\alpha = .050 = 0.05$  ja  $\alpha = .025 = 0.025$ . Tämä tarkoittaa että  $p = P(X \geq 7)$  on jotain, joka on lukujen 0.025 ja 0.05 välissä (tiedämme, että se on 0.030)... – PetteriP (\*)

19:53 » ... Eli voimme tuon taulukon avulla sanoa, että  $p \leq 0.05$ . Ja vastaavasti osaamme sanoa, että  $p > 0.025 > 0.01$  (eli olisimme hylkäämässä  $H_0$ :n merkitsevyytasolla 5% mutta hyväksymässä esim. merkitsevyytasolla 1%)... – PetteriP (\*)

19:58 » ... ja nuo taulukon luvut on helppo selvittää sekä käyttämällä R:ää että tuota nettilaskuria. Ensin R. Katsotaan edelleen riviä d.f. = 2 ja saraketta .050. Tätä vastasi taulukossa luku 5.991. Kun R:ää pyytää laskemaan yläkvantiilin (joka on  $q_X(1-u)$ ) kohdassa  $u = 0.05$  se onnistuu pyynnöllä "qchisq(1-0.05,2)" ja R vastaa "5.991465". Sama "lower.tail=FALSE" temppu toimii eli myös "qchisq(0.05,2,lower.tail=FALSE)" antaa saman. – PetteriP (\*)

19:59 » ... nettilaskimella kts 19:33 voi syöttää kohtaan "probability" tuon 0.05:n ja painaa "<-----" nuolta :) – PetteriP (\*)

20:02 » 16:55: aivosi eivät tosiaankaan olleet narikassa :) Kf oli kerrottu vain välillä (0,1) (tosin olisi syytä olla (0, theta)) ja  $F(t) = 0$  kun  $t < 0$  ja  $F(t) = 1$ , kun  $t > \theta$ . Eli siinä on pianovirhe :) – PetteriP (\*)

20:04 » 20:02: Pianovirhe? Mikä se sellainen on? :-)

20:05 » Pianovirhe! :-)

20:06 » 20:04: painovirhe jossa on painovirhettä korosta painovirhe :) käytän jatkuvasti pianovirheen käsitettä :) – PetteriP (\*)

20:06 » ... johtuen siitä, että teen niitä jatkuvasti :) – PetteriP (\*)

20:09 » ... mutta mutta... valitettavasti joudun nyt poistumaan ja palaan vasta aamulla. Ja palaan auki jääneisiin kysymyksiin sekä mahdollisiin uusiin kysymyksiin. :) – PetteriP (\*)

20:11 » ... palaan siis aamulla niihin kysymyksiin :) Mukavaa loppuiltaa kaikille :) – PetteriP (\*)

22:28 » 17:50: Kyllä minusta ovat samat.

22:46 » 18:24: Tuollaista koeasetelmaa voisi varmaan kuvata hyvin monenlaisella eri mallilla, mutta itse tulkitsisin a)-kohdan innoittamana niin, että kutakin maistokertaa voisi kuvata riippumattomalla Bernoulli-kokeella parametrilla p. Itselleni tuli ensimmäiseksi mieleen, että "neutraalia tilannetta" (nollahypoteesiä) voisi kuvata esimerkiksi reilun kolikon heittämisellä.

22:49 » Lisäperustelu: ajatellaan koetta, jossa koemaistajat maistavat satunnaisesti vaikkapa 10 euron ja 50 euron viiniä ja heidän pitää päätellä, kumpaa maistavat. Jos väitämme, että maistajat eivät pysty erottelemaan juomia toisistaan (vaikka niin ehkä kuvittelevat), niin he eivät odotusarvoisesti osu oikeaan useammin kuin sattumalta, siis sen useammin kuin kolikon heitto. (Asiantuntijoiden kykyä ennustaa tulevaa verrataan tietävästi yleensä tällaiseen asetelmaan.)

07:42 » 18:24: saitkin hienon perustelun 22:46-22:49:ltä :) Eli juuri tuota ajattelin. Nollahypoteesi olisi tässä se "ei eroa". Ymmärrän hyvin kysymyksesi, sillä lausahdus "tutkitaan väitettä" monesti ohjaa esittämäsi suuntaan. Toisaalta jos miettii, niin varmaankin uuden valmistaja haluaisi tuotteensa olevan parempi, joten tällöin  $H_0$  olisi selkeä "ei eroa"... – PetteriP (\*)

07:42 » ... Lisävihjeenä tuossa on se, että tällöin  $H_0$  on yksinkertainen ja Raon testisuureta varten tarvitsemme sen tilanteen :) – PetteriP (\*)

07:52 » 17:50: saitkin ajatukselle kannatausta 22:28. Kyllä ne voivat olla samat :) Keskustelemme varianteista hieman lisää tällä viikolla yhdistetyn nollahypoteesin tapauksessa (jolloin jotain muuta varianttia on käytettävä vastaavien testisuureiden pohjana :) eli variantit voivat poiketa. – PetteriP (\*)

11:45 » 20:02: Jees, kiitos! Itseäni hämäsi tuo väli (0, 1) vs. (0, theta). Väleillä  $(-\infty, 0]$  ja  $[\theta, \infty)$  kf:n arvo lie sentään "implisiittisesti selvä". :) Kertymäfunktioitahan kannattanee käyttää tehtävässä H5AT3, ja siinä välit ovat merkityksellisiä, siksi kysyin. (Olin onnistunut voimafunktion järkevyyttä tarkistaessani lukemaan epäyhtälön  $0 < t < \theta$  fiksumuodossa " $\theta < t$ ", mikä tuottaa aika jänniä tuloksia :) - "virhettä" jäljitellessäni päädyin aina kf:n tarkistamiseen asti.)

13:19 » 11:45: no hyvä :) pitää käydä korjaamassa tuo ratkaisuehdotus pikapikaa... – PetteriP (\*)

17:08 » Jatkona aiempaan binomijakauman kertymäfunktioita koskevaan sup-päätelyyn: onko jotain suoraviivaista tapaa osoittaa, että vaikkapa  $\text{Bin}(100, \theta)$ -jakaumalla, jossa  $\theta$  rajoitetaan välille  $[0,4; 1)$ , kf  $F(50; \theta)$  maksimoituu asettamalla  $\theta = 0,4$  (eikä esim. 0,5)? Tuossahan eri ptnf:t käyttäytyvät eri tavoin ja maksimoituvat eri pisteissä välillä  $[0,4; 1)$ , eli en itse heti keksi, miten vastaavaa uskottavuus-/derivaattapäätelyä kuin aiemmin käsiteltiin voisi soveltaa siinä.

17:09 » (Ei siis liity aivan suoraan tehtävään H5AT2, koska ymmärrän, miten siinä voi käsitellä "erityistapauksen"  $F(9; \theta)$  maksimoinnin toisella tapaa.)

18:12 » En ymmärrä miten H5BT1 tulisi Waldin ja Raon testisuureille samat lausekkeet? Olen laskenut Waldin kaavalla  $w(y) = i(\theta_0)(\theta^{\text{hattu}} - \theta_0)^2$  ja Raon testisuureen kaavalla  $u(y) = (l'(\theta_0; y))^2 / i(\theta_0)$

18:14 » ääh--unohtakaa, tulee varmaankin samat. Löysinkin huolimattomuusvirheen :D Noloa, että nää löytyy aina samantien kun on postannut jotain tänne :) t. 18:12

19:45 » 18:12,18:14: tuo on yllättävän yleinen ilmiö :) pohdin vain, että olisikohan tuolla ilmiöllä nimeä ja onko sitä tutkittu. Itsekin kun on pohtinut jotain ongelmaa pitkään ja sitten kun päättää kysyä joltain, niin samalla kun aloittaa kysymyksen joskus jopa kerkeää sen esittää, onkin itse jo ratkaissut ongelman :) – PetteriP (\*)

20:27 » 17:08: tuo on hyvä kysymys, jouduin pohtimaan sitä hieman, joten keksin vain yhden "suoraviivaisen" likimääräisen tavan ja sen pohjalta keskiviikkona vastaan tulevien saranasuureitten avulla tarkan mutta vielä vähemmän "suoraviivaisen" tavan. – PetteriP (\*)

20:33 » ... ajatus tuossa likimääräisessä on se, että ajatellaankin että  $n = 10^{12}$  ja kohdan 50 sijasta katsotaan sitten kohtaa  $k = 5 \times 10^{11}$ . Tällöin voimme mainiosti ajatellakin, että  $K \sim N(n\theta, n\theta(1-\theta))$  ja tällöin  $\text{tn } P_{-\theta}(K \leq k) = \Phi(u(k, n, \theta))$ , sopivalla lausekkeella  $u$ . Nyt voimmekin derivoida  $\theta$ :n suhteen ja todeta että tämä on vähenevä, joten sup saavutetaan kun  $\theta = 0.4$ . – PetteriP (\*)

20:36 » ... tarkka päättely on samantyylinen, mutta hieman haasteellisempi :) – PetteriP (\*)

20:39 » ... ja pohjaa siis saranasuureisiin (engl. pivotal quantity, pivot) (monisteessa 6.2.2.) – PetteriP (\*)

22:54 » H5BT4 Saisiko jonkun vinkin, millä pääsisi alkuun

23:06 » H5BT4: b)-kohtaako mietit? Siinä voisi avuksi olla TN2-kurssin monisteen osio 10.9. Idea on nähdäkseni hyvin samantapainen kuin H5AT5:ssä, asympotoottista normaalisuutta halutaan päästä jotenkin hyödyntämään. Myös tämän kurssin monisteessa mm. osiosta 5.6.4 voisi löytyä oikeaan suuntaan ohjaava vinkki (jos en nyt itse ole aivan hakoteillä :).

23:14 » Kyllä juuri b-kohdassa olen jumissa. Kiitos vinkeistä, yritän päästä noilla eteenpäin :)

15:01 » 22:54: kuten 23:05 sanoinkin, niin tuossa voi / kannattaa hakea asympotoottista normaalisuutta käyttämällä keskeistä raja-arvolausetta (eli hieman pääsee laskemaan :). – PetteriP (\*)

17:57 » Onkos tuossa oikeilla jäljillä, jos lähtee (melko alussa) miettimään Poisson-jakauman neljättä keskusmomenttia?

13:07 » Löytyisikö H5BT1 vähän vinkkejä? Mitä SU-estimaatiksi pitäisi saada?  $i(\theta)$  näyttää nyt niin kummalliselta, että tuntuisi olevan virhe jo jossain aivan tehtävän alkuvaiheilla...

13:16 » SU-estimaatti löytyy tuossa ihan "tavalliseen tapaan" eli malli- $\rightarrow$ uf- $\rightarrow$ l'(uf)- $\rightarrow$ l'(uf):n nollakohta = SUE, sillä  $l''(uf)$  taitaa olla aina  $< 0$

13:17 » tuo  $l''$  : sen (kerrottuna -1:sellä) odotusarvo eli  $i(\theta)$  voi näyttää aluksi ainakin hiukan sekavalta, mutta sieltä tulee kyllä ihan siisti lauseke pienen pyörittelyn jälkeen :)

13:18 » Ja ehkä ko. mallin tapauksessa voisi vielä intuitiivisesti miettiä, mikä olisi se ilmeisen SUE :)

13:28 » Monisteessa on myös mm.  $i$  laskettu.

13:29 » Ymmärrätkö harjoituksen 5B tehtävän 4 oikein? Halutaan laskea odotusarvo ja varianssi  $(Y_i - \mu)^2$ :lle ja nämä ovat samoin jakautuneita ja riippumattomia kaikilla  $i$  ja tähän hyödynnetään keskeistä raja-arvolausetta?

13:30 » 2.4.1 ja 2.4.5.

13:54 » (Tuo 13:30 oli jatkoa 13:28:lle :-). 13:29: Minusta joo. Ajattelua voi helpottaa merkitä  $Z_i = (Y_i - \mu)^2$ . Sen varianssi kai mefillä.

14:09 » onko tuossa siis tarkasteltavana satunnaismuuttujat  $Y_1, \dots, Y_{12}$ , missä  $Y_i =$  onnettomuudet per kk? Eli tarkastellaan sitä liikennevalovuotta verraten pitkän aikavälin tietoihin?

14:34 » Pitänee olettaa aika paljon isompi  $n$  kuin 12. Liikennevalovuosi  $< 3$

14:56 » Hups, luulin että kyse oli yhä tehtävästä 4 :) Ei mitään, jatkakaa! T: 14:34.

15:52 » Saan  $(Y_i - \mu)^2$ :n varianssiksi jotain minkä tiedän olevan väärin, mutta en millään löydä virhettä. Vai kuinka korkean asteen termejä varianssiin jää?

16:28 » niin joo siis sori, nuo liikennevalovuodet liittyi siis tehtävään h5bt3b. t. 14:09 :)

16:30 » ja varmaan riittää tarkastella yhtä satunnaismuuttujaa? t. 16:28

17:17 » Nyt löysinkin virheeni. Ei enää mitään. t: 15:52

19:34 » 17:17: mainiota :) – PetteriP (\*)

19:35 » 13:29: ymmärsit ihan oikein :) – PetteriP (\*)

19:44 » 13:07: saitkin jo monia vinkkejä. Monisteesta löytyy tosiaankin mallin su-estimaatti ja Fisherin informaatio laskettuna (13:30 vihjasikin monisteen kohdat :). Mutta on hyvää harjoitusta on laskea ne itsekin :) – PetteriP (\*)

19:53 » 14:09: tuo pitkän aikavälin tieto kertoo meille, mikä mu olisi, jos kaikki olisi ennallaan (eli se kertoo nollahypoteesin  $\mu_0$ :n) :) – PetteriP (\*)

22:14 » H5BT4b: Tuleekos tuosta  $T_3$ :n p-arvon lausekkeesta ( $|t_3(y)|$ :n lausekkeena, oletan että sitä ei haluta lähteä avaamaan) kohtuullisen monimutkainen verrattuna  $T_1$ :n vastaavaan? Ja kriittistä aluettakin on ehkä fiksuinta käsitellä "kahdessa palassa"?

22:29 » ...vai onko tässä tarkoitus tehdä jossain kohtaa sellainen lisäpuljaus, että jos  $n$  on hyvin suuri, niin eräässä kohdassa ei tehdä suurta lisävahinkoa approksimoimalla  $n-1$ :tä  $n$ :llä? Jos olen tehnyt muut laskut oikein (mitä rohkenen kyllä sitäkin epäillä), niin tuollainen arviointi helpottaisi toki elämää kovasti :)

10:35 » Jos eri testit tuottavat p-arvoiksi 0.001 ja 0.01 ja 0.1. Mikä niistä on paras testi 0.05-merkitsevyystasolla? Testin valintahan vaikuttaisi johtopäätökseen?

10:35 » Siis 3 eri arvoa.

11:01 » 10:35: Hmm. Testistähän ei voi oikein tietää, minkä p-arvon se tuottaa, ennen kuin on testannut (jos tietäisi, mihin tarvitsisimme testiä? :), ja testi pitäisi kuitenkin valita ennen testaamista. Ja noin yleisesti ottaenhan testin valinta nimenomaan, kyllä, voi hyvinkin vaikuttaa johtopäätöksiin. Siksi yleensä varmaan halutaan testi, jolla on yhtäältä ainakin 1) miellyttävät voimaominaisuudet ja toisaalta 2) johtopäätösten merkittävytyteen nähdet kohtuulliset kustannukset.

14:35 » 22:14: tulee siitä hieman monimutkaisempi.  $t_3(y)$ :tä ei tarvitse lähteä aukaisemaan, mutta sen voi kyllä halutessaan esittää otosvarianssin  $s^2$  ja otoskeskiarvon  $\text{avg}\{y\}$  avulla. – PetteriP (\*)

14:55 » 10:35: tuota "paras testi" ajatusta merkitsevyystasolla 0.05 haimme voiman käsitteen avulla (voisimme ajatella, että paras tarkoittaisi "tasaisesti voimakkain testisuure"). Mutta tämän selvittämiseen ei yksittäinen havaittu merkitsevyystaso riitä :) Voisihan olla, että uudella aineistolla kyseisten testien p-arvot olisivat jotain aivan muuta... – PetteriP (\*)

14:58 » ...  $\alpha$ -tasoiselle voimalle  $\pi_\alpha(\theta)$  annoimme periaatteessa toistokoetulkinnan: jos toistaisimme testiä  $N$  kertaa ja tuntematon parametri olisi  $\theta$ , niin olisimme hylkäämässä nollahypoteesin "palttiarallaa"  $\pi_\alpha(\theta) * N$  kertaa. Eli kuten 11:01 sanoi, pyrimmekin valitsemaan testisuureen jolla olisimme hylkäämässä nollahypoteesin mahdollisimman usein silloin, kun hylkääminen olisi oikea päätös. – PetteriP (\*)

15:08 » ... Tätä varten käytämme apuna tn-laskentaa, jotta voimme tehdä mahdollisimman hyvän valinnan \_ennenkuin\_ aloitamme varsinaista testaamisoperaatiota :) Selvensiköhän tämä ajatusta? – PetteriP (\*)

18:31 » H5BT5 c)-kohdan p-arvojen laskentaan tarvitsen vinkkejä? Olen mielestäni päätellyt  $T_3$ :sen jakauman oikein, mutta en oikein ymmärrä miten pitäisi p-arvoja laskea?

20:28 » 18:31: Tarkoitus on määritellä p-arvolle lauseke, joka saa riippua  $n$ :stä, tunnusluvuista  $t_1$  tai  $t_3$  ja  $\mu_0$ :sta. Samaan tapaan kuin z-testin p-arvolle löytyy lauseke, ja itse asiassa sen johdosta (en muista, oliko tämän kurssin materiaaleissa, mutta ainakin TPI:n materiaalissa on) voi hyvinkin lähteä katsomaan mallia. :)

20:31 » ...eli p-arvolle ei siis tietenkään saada mitään lukuarvoa tyyppiä "0,72", vaan nimenomaan lauseke. Samaan tapaan kriittiselle alueelle voidaan määritellä sen joukon ehto muodossa  $\{ y : g(|t_3(y)|, n, \mu_0, \alpha) \}$ , missä  $g$  on jokin funktio  $t_3$ :sta,  $n$ :stä ja  $\mu_0$ :sta sekä  $\alpha$ hasta (=merkitsevyystaso).

20:33 » (Hups: ei tuosta  $g$ :stä tosin taida ihan funktiota saada, ellei sitten ajattele asiaa indikaattorifunktion avulla. :) Mutta siis idealtaan samannäköinen lauseke kuin esim. monisteen kohdassa 5.5.3 on esitetty normaalimallin kriittiselle alueelle.)

20:34 » 18:31: onnistuitko johtamaan p-arvot  $T_1$ :lle? Periaatteessa  $T_3$ :n tapauksessa eroa ei ole muuta kuin, että homma on vaan pikkaisen "sotkuisempaa". Aivan kuin 20:28-20:31 sanoinkin, niin p-arvolle ei saa tässä lukuarvoa, mutta  $y$ :stä riippuvan lausekkeen sille voi johtaa. Tämän lausekkeen (tai funktion :) voisi laskea, jos aineisto  $y$  tai kaksi tunnuslukua (otosvarianssin ja otoskeskiarvon)... – PetteriP (\*)

20:36 » ... z-testisuurelle näitä on monisteessa johdettu esimerkissä 5.4.1. – PetteriP (\*)

20:38 » ... joten ajatus on laskea  $P_{\mu_0} (|T_3| \geq |t_3(y)|)$  ja jos ajattelee, että  $T_3$  on kutamain normaalijakautunut, niin tämän voi kirjoittaa  $1 - P_{\mu_0} (-A \leq T_3 \leq A)$ , ja nyt normeeraalla  $T_3$  (eli vähentämällä odotusarvo ja jakamalla keskihajonnalla) homma menee kutamain kuin Z-testisuurelle. – PetteriP (\*)

20:51 » 20:33: hyvä huomio :) ellei sitten  $g(y)$  ole sitten ns. predikaatti eli  $g$  olisi tällöin tavanomaisen tulkinnan mukaan totuusarvoinen kuvaus. :) Mutta jos sovittaisiin, että "kyllä" = 1 ja "ei" = 0, niin indikaattorifunktio kävisi vallan mainiosti, jolloin kuvaukseksi  $g$  kävisi  $g(y) = 1\{p(y) \leq \alpha\}$ . – PetteriP (\*)

21:02 » Laskuharjoituksessa pohdittiin tehtävän H5BT4 kohdalla, onko jotain rajoituksia sille, mitä muunnoksia asympotoottisesti määrätylle jakaumalle voi tehdä? Itse olen lähestynyt asiaa tähän asti suunnilleen tällaisen ajatuksen kautta: oletetaan, että  $krl:n$  nojalla  $sv:n$   $Z$  keskiarvo kutamain noudattaa hyvin suurilla  $n$  jotain jakaumaa  $A$ . (...) – HK

21:02 » Tiedetään, että  $g(A)$  noudattaa jakaumaa  $B$ . Tällöin varmaan  $g(\text{mean}(Z))$ :kin noudattaa suurilla  $n$  kutamain jakaumaa  $B$ . Mutta voiko näin ajattelemalla mennä pahasti metsään, jos asiaa ei ajattele viime kädessä  $krl:n$  kautta ja  $g:n$  valitsee tyhmästi?

22:15 » 21:02: tämä on hieno kysymys :) Ensiksi voidaan aloittaa  $TN2$ :sen (valitettavan huonosti käsittelemälläni) luvun 11.5. Deltamenetelmästä (Lause 11.4) :) Tämä kertoo kutamain, että jos  $X_n$  on "juokseva keskiarvo" (eli  $X_n = 1/n * (Z_1 + \dots + Z_n)$ ) ja oletetaan helppouden vuoksi, että  $EX_n = 0$  kullakin  $n$ ... – PetteriP (\*)

22:18 » ... joten  $X_n$  on kutamain  $N(0, \sigma^2/n)$ -jakautunut suurilla  $n$ . Tuo lause sanoo, että \_jos\_  $g$  on derivoituva  $0$ :ssa ja  $g'(0) = b$ , (kts. Lause 11.4), niin  $g(X_n)$  on kutamain  $N(g(0), \sigma^2 * b^2 / n)$ -jakautunut... – PetteriP (\*)

22:24 » ... Eli kunhan  $g$  on riittävän sileä, ei kovin pahasti metsään mene :) Mutta tuo vihjaa myös, että ongelmia tulee epäsiileillä  $g$  :) Kannattaa myös miettiä, että haittaako jos  $g'(0) = 0$ ? – PetteriP (\*)

22:27 » ... vihje 22:24 kysymykseen: jos  $g'(0) = 0$  ja  $g''(0)$  on olemassa, mutta ei nolla, raja-jakauma voidaan myös määrätä, mutta sen jakauma ei ole enää normaalijakauma. – PetteriP (\*)

22:33 » ... mutta  $TN2$ :sen luku 11.6. kertoo asiasta vielä lisää. Jatkuvan kuvauksen lause (Lause 11.6.) kertoo, että kunhan  $g$  on jatkuva (tai itse asiassa sen ei tarvitse olla jatkuva kaikkialla kts. Lause 11.6), niin  $g(X_n)$  on jakaumaltaan kutamain  $g(A)$ . – PetteriP (\*)

22:38 » ... eli toinen hyvä kysymys: jos rajajakauma on jokin multinormaalijakauma, keksitkö kuvauksen  $g$ , joka ei toteuta Jatkuvan kuvauksen lauseen (Lause 11.6.) ehtoa :) Ja jos keksit tällaisen  $g$ , päästäänkö tällöin pahasti metsään :) – PetteriP (\*)