Laskuharjoitus 3B

12:03 » ... Eli H3b tehtävä 3: varianssi var Hat(beta) = 0,1 kun n = 10 ja x_i = 1 kullakin i = 1,...,10. – PetteriP (*)
12:16 » ... hups. ja H3b T3:n lukuarvossa tein myös oletuksen, että beta = 1. – PetteriP (*)
12:26 » H3b T4: odotusarvo su-estimaattorille, kun theta = 1 ja n = 9 on E(Hat{theta}) = 0,9. – PetteriP (*)
12:33 » H3b T5: keskineliövirhe E(Hat{θ} - θ)^2 su-estimaattorille, kun theta = 1 ja n = 9 on = 1/55 = n. 0,018. Muut pitäisi pystyä mukavasti määräämään näiden avulla ja momenttimenetelmän estimaattoriin ei apuja pitäisi tarvita :) – PetteriP (*)
12:38 » H3BT3: Halutaanko tässä siis varianssi H2BT5:ssä ratkaistulle \hat{\beta}:lle? Jos ei, niin mihin viitataan tehtävänannon \hat{\lambda}:lla?
12:41 » 12:38: Itse ainakin tulkitsin tyynesti kirjoitus- tai kopiointivirheeksi ja että tarkoitetaan \hat{\beta}:aa. :)
12:44 » 12:41: Se on minustakin ainoa järkevä selitys.. :) T: 12:38
13:47 » 12:38: aivan kuten 12:41 (kuten itsekin 12:44) päättelit, niin pianovirheestähän siinä on kyse. Eli lambda:n paikalla pitäisi olla beta. Johtuu siitä, että Poi(λ)... – PetteriP (*)
13:57 » TN2-monisteessa riippumattomien sm:ien summan varianssin todettiin faktoroituvan sm:ien varianssien summaksi ("varianssin saa viedä summan sisään"), mutta vain "äärellisen monelle" sm:lle, TN2-monisteen s. 64. (...)
13:57 » (...) Onko siis kuitenkin yleensä (esim. H3BT1) ihan perusteltua edetä niin, että ensin johdetaan varianssi n satunnaismuuttujalle (n on tässä jokin äärellinen luonnollinen luku >= 1) hyödyntämällä yhteenlaskuominaisuutta, ja sitten vasta näin saadussa varianssin lausekkeessa annetaan n:n kasvaa rajatta ja katsotaan, mitä tapahtuu?
13:58 » H3Bt3:ssa viitataan tehtävään L2BT5 ja lambdaan, tehtävässä käytetiin kuitenkin betaa. Ja eiko tuo kyseinen SUE ole sama kuin aiemmassa tehtävässä käytetty estimaattori T1? Vai sekoitanko nyt jotain?
13:59 » 13:58: Ks. 12:38, 12:41 ja 13:47 :) Eli kyseessä on beta:n SU-estimaattori.
13:59 » 13:58: et sekoita, vaan vastasin siihen 13:47 :) – PetteriP (*)
14:00 » ... ja meni vastaus ristiin :) – PetteriP (*)
14:02 » 13:57: eli kaikki laskut tehdään ihan luonnollisella luvulla n. Vasta kun laskelmat on tehty, ruvetaan tarkastelemaan raja-arvoja. Eli TN2-monisteen "varianssi saa viedä summan sisään riippumattomuudella" on käytössä :) – PetteriP (*)
14:03 » ... eli aivan kuten pohditkin. Periaatteessa meillä ei missään vaiheessa ole äärettömän montaa havaintoa, vain todella paljon :) – PetteriP (*)
18:16 » pitääkö H3BT2 keksiä mikä jakauma on kyseessä jotta pääsee eteenpäin?
18:36 » 18:16: Ei minusta. Missä kohtaa olet jumissa? Saitko jo laskettua EY_i:n esimerkiksi jonkin tilastotieteilijöiden usein hyödyntämän lain/lauseen avulla?
19:41 » 18:36 onnistuuko E(Y) laskeminen esim integraali -1, 1 y*f(y;theta)dy?
19:46 » 18:16: kuten 18:36 ja 19:41 vihjaavatkin niin hommassa on vahva TTL:n aromi :) – Petteri.. (*)
20:06 » Voiko mitään osaa monisteen luvussa 3.5.3 esitellystä tarkentuvuusehdosta kääntää? Esim. että jos varianssi kasvaisi rajatta, kun n kasvaa rajatta, ei toiveita tarkentuvuudesta ehkä olisi? (Avoimeksi/muilla keinoin lähestyttäviksi jäävät varmaankin esim. ne tapaukset, joissa varianssin raja-arvoa ei ole tai osata määrittää?)
17:54 » H3BT3 Tarvitseeko tässä momentti-menetelmää?
18:00 » 17:54: H3B T3:ssä ei tarvitse momenttimenetelmää, mutta siinä on väärä parametri, siinä pitäsi puhua Hat{β}:sta Hat{λ}:n sijaan). Hieman alempana (eilen) tämä tuli presemossa esille. Pitääpä korjata tuo nyt saman tien :) – PetteriP (*)
18:03 » ... nyt tuon pitäisi olla korjattu :) – PetteriP (*)
18:09 » H3BT3: var(Hat{β})=E(Hat{β}^2)-E(Hat{β})^2?

18:37 » juu

18:44 » 18:09: kyllä vain, mutta tässä voisi myös käyttää apuna tietoa, var(sum X_i) = sum_i var(X_i), kun X_i:t ovat riippumattomia. – PetteriP (*)

18:55 » Jääköhän minulta jotain huomaamatta H3BT3? Tehtävä vaikuttaa "ihan liian helpolta" kun mielestäni johtopäätöksen saa juuri vastaavasti kuin tehtävässä 1.

18:56 » ja pohdinta liittyy siis kysymykseen "onko beta(hattu) tarkentuva kun 0<c<=x_i jokaisella i?"

19:03 » 18:55–56: Ei minusta ole pitkä tehtävä – ainakin oma vastaukseni siihen on olennaisesti lyhyempi kuin muihin tuon sarjan tehtäviin.

19:05 » kiitos tuesta :)

19:07 » 18:55-18:56: joskus tehtävät saattavat olla helpompia, joskus vaikeampia :) Hieman toistoahan niissä on, mutta malli on kuitenkin eri joten on hyvä saada lisävakuutta että samat tekniikat toimivat silti :) Mutta aivan kuin 19:03 sanoi, tehtävä on varsin simppeli :) – PetteriP (*)

19:09 » ... eli olet mitä luultavimmin huomannut kaiken :) – PetteriP (*)

20:24 » Saisiko harjoitusten 3B tehtävään 2 vielä jotain vinkkejä? Uskoisin, että olen laskenut E(Y) oikein, mutta miten estimaattorin tarkentuvuutta tulisi tarkastella? Laskemalla vielä varianssi?

20:35 » Kurssimateriaalissahan on lause, joka kertoo että estimaattori on tarkentuva jos se on harhaton ja jos sen varianssi suppenee nollaan havaintojen kasvaessa rajatta. Eli laske vielä varianssi ja totea, että näin on tai ei ole. Johtopäätökset sen mukaan :)

21:05 » 20:24: tuo 20:35:n mainitsema kurssimateriaalin lause on käytännössä se juurikin se tapa millä tarkentuvuutta voisit tarkastella :) – PetteriP (*)

08:59 » Mikä olisi helpoin tapa osoittaa, että jokin estimaattori ei ole (vaikkapa jossain yksinkertaisessa esimerkkitapauksessa) tarkentuva?

12:48 » H3BT1 onko paras tapa ratkaista tehtävä käyttämällä 20:35:n mainitsemaa lausetta?

13:27 » 12:48: En tiedä, onko se "paras", mutta uskoakseni selvästi helpoin käytössä olevista tuloksista tapauksessa "x_i >= c > 0 kaikilla i" :)

14:14 » H3BT2 mitä saitte E(Y):ksi?

14:23 » 12:48: kuten 13:27 mainitsi, niin se on selvästi helpoin tapa tuohon varsinaiseen kysymykseen. – PetteriP (*)

14:25 » 08:59: no esimerkiksi H3BT1:n tapauksessa, me tiedämme tarkkaan mikä on vaikka Hat{β}:n jakauma... Se on lineaarinen muunnos multinormaalijakauteneesta sv:stä Y = (Y_1,...,Y_n), joten se on normaalijakautunut. – PetteriP (*)

14:29 » ... Olkoon X nyt tämä Hat{β}. Nyt tiedämme sen odotusarvon ja varianssin, joten tiedämme sen tf:n sekä kertymäfunktion eli tiedämme mitä on P(X ≤ x). Tiedämme siis myös mitä on P (| X - β | > ε)... – PetteriP (*)

14:30 » ... tämä tn riippuu kyllä aineiston koosta eli luvusta n, joten loppu onkin tarkistaa miten nämä luvut p_n = P (| X^{(n)} - β | > ε) käyttäytyvät. Jos ne eivät suppene kohti nollaa, ei X^{(n)} ole tarkentuva estimaattori β:lle. – PetteriP (*)

14:33 » Ok, kiitos! Sen verran ymmärsinkin tehtävästä, että ideana on katsoa määritelmää. Pohjasin sitten vastaukseni lähinnä "näppituntumaan" siitä, mitä tämä monisteessa annettu tulkinta näyttäisi: "Tarkentuvuusehto (3.5) merkitsee sitä, että mielivaltaisen pienetkin poikkeamat T(n)−g(theta#) tulevat yhä epätodennäköisemmiksi, kun havaintojen lukumäärä n kasvaa." Mutta vähän jäi mieltä kaihertamaan, että näppituntumavastaus ei tuntunut kauhean vankalta. :)

14:34 » ...siis katsoa määritelmää siinä tapauksessa x_i = 1/i (kun on ensin vähän laskeskellut raja-arvoja).

14:35 » ... mutta onko tämä helpointa yleensä... :) Joka tapauksessa riittää näyttää että P (| X^{(n)} - β | > ε) > c > 0 jollakin c ja kaikilla n ja jos vain "keksii" sopivia tapahtumia A, joiden tn P(A) ≤ P (| X^{(n)} - β | > ε) ja pystyy arvioimaan näiden tapahtumien tn:iä _alhaalta_ päin jotenkin... – PetteriP (*)

14:38 » 14:33: ymmärrän. "Näppituntumavastaus" ei vaan tunnu kovin vankalta. Mutta ajatus siinä on, että jos jotenkin pystyy itsensä vakuuttamaan, että nyt luultavasti ei ole tarkentuva, niin se riittää, vaikka tarkkaan ei laskelmiaan tekisikään. – PetteriP (*)

14:38 » Vinkkiä H3BT4 kertymäfunktion muodostamiseen?
14:41 » 14:38: Kannattanee miettiä a-kohdassa annetussa lausekkeessa sitä, osaako tuon todennäköisyyden P(Y_i <= t) avata jotenkin niillä tiedoilla, mitä meillä on yksittäisestä Y_i ~ Tas(0, theta)-jakaumasta. Plus kertymäfunktion määritelmä :)
14:42 » 14:14: jos theta = 0.6, niin EY = 0.1. – PetteriP (*)
14:44 » 14:38: sait mainion vinkin 14:41:ltä (vain kolme minuuttia kysymyksen jälkeen). – PetteriP (*)
14:48 » 14:41, 14:42 Kiitos!
17:07 » Miten H3bT2 tarkentuvuus kannattaa tarkastaa?
17:27 » 17:07: Täällä on alla ehdoteltu monisteen kappaleesta 3.5.3 löytyvää lausetta, joka antaa riittävät ehdot tarkentuvuudelle :) (Ja niistäkin ehdoista taitaa tässä itse asiassa riittää tarkistaa erikseen vain tuo toinen :)
21:01 » 17:07: saitkin jo apua :) ja 17:27 kertoikin myös kohdan monisteesta, mistä tuo mainittu lausekin löytyy. Muitakin tapoja on, mutta mainitun lauseen käyttö on mielestäni pienimmän vaivan menetelmä :) – PetteriP (*)
07:48 » Tuleeko H3BT5 varianssista siisti yksinkertainen lauseke? Itse saan jotain, jossa on osamäärän erotus, ensimmäisessä osamäärässä osoittajana thetan kolmas potenssi ja toisessa osamäärässä (n*theta)^2. Nimittäjissä jotain joka riippuu n:stä. Sievemmäksi en lauseketta saa. Tuntuu, että kaikki meni oikein, mutta hiukan epäilyttää tapa jolla tähän päädyin :)
08:05 » 07:48: kirjoitin aiemmin (ja keskustelua on ollut niin paljon, että tämä on ehkä hävinnyt jo näkyvistä...): "keskineliövirhe E(Hat{θ} - θ)^2 su-estimaattorille, kun theta = 1 ja n = 9 on = 1/55 = n. 0,018. Muut pitäisi pystyä mukavasti määräämään näiden avulla ja momenttimenetelmän estimaattoriin ei apuja pitäisi tarvita" – PetteriP (*)
08:06 » ... ja "H3b T4: odotusarvo su-estimaattorille, kun theta = 1 ja n = 9 on E(Hat{theta}) = 0,9." – PetteriP (*)
08:08 » ... Näiden avulla saa harhan laskettua näillä arvoilla ja siten myös varianssille lukuarvon... Lausekkeen lasken nopsasti uudestaan (muistiinpanoni ovat "tallessa")... Palaan pian... – PetteriP (*)
08:16 » 07:48: itsellänikin tulee kahden osamäärän erotus, mutta kummassakin minulla on thetan toinen potenssi kerrottuna osamäärällä jossa on n:n polynomeja (sekä ensimmäistä että toista astetta) sekä osoittajassa että nimittäjässä. – PetteriP (*)
08:17 » kiitos :) Odotusarvo menee ihan oikein, mutta varianssia laskiessa on tullut ilmeisesti jokin huolimattomuusvirhe
08:17 » ... ja tämä sievenee sitten mukavaksi lausekkeeksi theta^2 * varsin simppeli rationaalilauseke n:stä. – PetteriP (*)
08:19 » lähestyin tuota varianssin laskemista suoraan varianssin määritelmän ja TTL:n avulla, mutta helposti tulee virheitä integroidessa :/
08:26 » 08:17: siltä vaikuttaa. :) Toisen momentin lukuarvo noilla samoilla lukuarvoilla on 9/11 = noin 0,82. Itse laskin sen kaavalla EX^2 - (EX)^2 (sekä tietty TTL:n avulla tuon puuttuvan toisen momentin :) – PetteriP (*)
08:33 » juu, juuri noin lähdin tehtävää tekemään. Toinen momenttihan tuossa on jotenkin kosahtanut, täytyy vielä katsoa huolella se
08:53 » Huolimattomuusvirhe oli siinä, että olin toista momenttia laskiessa integroinut vahingossa kertymäfunktiota :D Tällaiset virheet on kuitenkin siitä kivoja, että idea on ollut täysin oikea :)
09:38 » 08:53: juuri näin :) Ja idea tosiaankin on aina tärkein. – PetteriP (*)
21:40 » Huomioita ratkaisuehdotuksesta 3B: Tehtävässä 1 Var(T_2) ei lähesty nollaa, vaan se kasvaa rajatta, kun n kasvaa rajatta tapauksessa x_i = 1 / i.
21:46 » Tämän voi nähdä esimerkiksi seuraavalla tavalla: Tiedetään, että $\Sigma i^2 = n(n+1)(2n+1)/6$, jossa i juoksee arvosta 1 arvoon n. Näin ollen osoittaja on kolmatta astetta ja nimittäjä toista, joten Var(T_2) $\to \infty$, kun n $\to \infty$.
22:04 » Tuo raja-arvo lienee kirjoitusvirhe (muutenhan T_2 nimenomaan olisi tarkentuva tapauksissa x_i = 1/i, mitä ehdotusten laatija tuskin on tarkoittanut sanoa :). Itse olisin ehkä

enemmän kaivannut jotain siistiä tapaa kirjoittaa johtopäätös ja "näppituntumaperustelu" (karkea tulkinta tilanteelle) sille jotenkin näkyville, mutta ymmärrän tietysti, että sekä ehdotuksiin käytettävissä oleva aika että tila ovat hyvin rajallisia. :)
22:15 » 22:04: Niin no, johtopäätökset puuttuvat kaikista kohdista tuossa toisessa tilanteessa. (Oliko siis tarkentuva vai ei?)
22:26 » 22:15: Jeps, sitä juuri tarkoitin. Järkeviä "näppituntumaperusteluja" voi varmaan olla useita erilaisia. Omastani en ole yhtään varma, niin siksi olisi kiva nähdä yksi jonkun toisen mielestä tolkullinen. :)
10:20 » 21:40,21:46: aivan, sen T_2:n pitäisi käyttäytyä huonoimmin :) Siinä pitäisi siis lukea Var(T_2) → ∞ ei → 0. Korjaan tuon. – PetteriP (*)
10:24 » 22:04-22:15: Olette vallan oikeassa. Kussakin noita tapauksista vastaus on "eivät ole tarkentuvia", mutta lisäilen niihin hieman näppituntumasta pidemmälle vietyjä ajatuksia :) Ajatus siinä on lyhyesti: koska lause 3.5.3 ei toimi (varianssi ei mene nollaan), niin tarvitaan kovempia työkaluja eli palataan määritelmän pariin :) – PetteriP (*)
11:21 » 21:40, 22:46-22:26: nyt päivitin ratkaisuehdotuksen ja lisäsin perusteluja noille "tapauksille, missä estimaattorit eivät tarkennu" :) – PetteriP (*)
11:29 » ... Jatkopohdintaa varten: entä jos x_i = 1/sqrt(i) = i^{-1/2}? Miten silloin kävisi? Tai jos x_i = i^{-1/4}? :) – PetteriP (*)
11:29 » tuossa 22:46-22:26 on tietty 21:46-22:26 :) – PetteriP (*)