Laskuharjoitus 3A

15:38 » Onkohan harjoituksen 3A tehtävänannossa 5A virhe? Pitäiskö tehtvänannossa lukea var(S^2) eikä E(S^2). Ainakin englanninkielisen wikipedian mukaan kyseinen tulos pätee nimenomaan varianssille eikä odotusarvolle.
15:51 » 15:38: virhepä hyvinkin, eli varianssi var(S^2) on kyseessä siinä. Tiedämme jo että E(S^2) = sigma^2 (eli otosvarianssi on varianssin harhaton estimaattori). Korjaan tämän ja laitan muutakin apua harjoitukseen 3A. – PetteriP (*)
16:02 » 15:38: kiitos että huomautit tuosta virheestä. Korjasin sen ja toivottavasti tieto välittyy muillekin. Laitoin myös vihjeen tehtävään 1, joka aukaissee sitä hieman lisää. – PetteriP (*)
00:46 » Pari kysymystä harjoituksen 3A tehtävästä 1: 1) H2BT4:ssä johdettiin kaava, jota voi käyttää, kun uudelleenparametrisaatio on kääntäen yksikäsitteinen. Nähdäkseni tapauksessa phi = theta^2 käänteisfunktio sqrt(phi) ei kuitenkaan ole yksikäsitteinen, koska tässähän kadotetaan negatiiviluvut kokonaan. Voiko tuloksen käyttöä tässäkin kuitenkin jotenkin perustella itselleen?
00:50 » ...sain kuitenkin ihan saman tuloksen kuin ko. kaavaa käyttämällä johtamalla sen seuraavalla idealla: todetaan ensin, että theta = sgn theta*|theta| = sgn theta*sqrt(theta^2). Sijoitetaan t = theta^2, r = sgn theta, muodostetaan l, l' ja l'' derivoimalla t:n suhteen ja aivan lopussa todetaan, että r^2 t^{-1} = theta^{-2}. Tästä tuli kuitenkin vähän kömpelö lasku, niin olisi ollut kiva käyttää kaavaa :)
00:53 » ...ja 2) Molemmilla tavoilla näytti tulevan ongelma pisteessä theta = 0 derivaattojen kanssa. Miten tämä tapaus pitäisi huomioida?
10:25 » 00:46-00:50: eli tässä tehtävässä ajatus on käyttää kaavaa (3.2b) eli lasketaan g'(theta)^2/i(theta). Tämän takia informaatioey onkin muotoiltu alunpitäen parametrin muunnoksille g(theta) (eikä vain parametrille theta), jotta laskeminen olisi suoraviivaista :) – PetteriP (*)
10:26 » ... mutta jatkan myöhemmin tänään tuosta ajatuksesta, miten uudelleenparametrisoinnin kautta (tuon H2b T4:n kaavan soveltamisesta). – PetteriP (*)
10:42 » Hups, jotenkin olin kätevästi ehtinyt jo unohtaa informaatio-ey:n "perusmuodot" ja ajattelin vain erityistapausta :) Noh, nyt ainakin jatkossa muistaa todennäköisemmin. :)
12:46 » 10:39: mutta hienoa että kysyit sillä tämä aukaissee samaa ongelmaa monelle muullekin :) yritän aukoa näitä lisää laatimalla lisäesimerkkejä. – Petteri.. (*)
13:24 » H3AT1 on melko työläs. Tuleeko siis näyttää tarkasti, että säännöllisen mallin oletukset täyttyvät? Lisäksi pitää laskea Fisherin info, jota varten tarvitaan ytf->uf->log-uf-> log-uf:n eka derivaatta-> log-uf:n toka derivaatta.. puuh, oikotietä onneen? Mitään noista ei ole tarvittu tehtävässä aiemmin ja nyt ne tulevat kuvaan vain Fisherin infon laskemisen yhteydessä. Jääkös minulta joku hyödyllinen lause tms. matskuista huomaamatta?
13:31 » hmmm.. vastaan itselleni: toisenlainen lähestyminen pistemääräfunktion varianssin kautta voisi auttaa?
13:36 » 13:31: Mutta pistemääräfunktiohan on logaritmisen uskottavuusfunktion ensimmäinen derivaatta, joten tarvitaan ytf -> uf -> log-uf -> log-uf:n eka derivaatta ja lisäksi eikö yleisesti ottaen odotusarvon laskeminen ole helpompaa kuin varianssin? En sano, etteikö tuo voisi olla helpompaa, mutta en vain itse näe sitä.
13:42 » 13:36 Niin, juuri näin. Ei se oleellisesti lyhentänyt. Yleisesti ottaen odotusarvon laskeminen voi ollakin helpompaa, mutta tässä kävikin niin onnellisesti, että log-uf:n ekan derivaatan varianssi on jotain sellaista, joka tunnetaan jo :)
13:42 » ellen sitten jotain huolimattomuusvirhettä tehnyt
13:43 » laskin hyvin pikaisesti, että tässä eka log-uf:n eka derivaatta on -n*theta+avg(Y)
13:59 » ja pikaisesti myös pieni huolimattomuusfiba näkyi tulleen
13:59 » keskustelen itseni kanssa

14:15 » 13:24: säännöllisen mallin oletuksia ei tarvitse tarkistaa :) Fisherin informaatio i(theta) ei varsinaisesti liity g(theta):n (eli se on sama kaikille muunnoksille g). Eli Fisherin informaatio toisin sanoen on laskettu ensimmäistä kertaa jo esimerkissä 2.4.3. – PetteriP (*)

14:22 » 13:59: :) sellaista sattuu. Ja jos tuo 13:43 olisi muotoa l'(theta) = -n (theta - avg(y)), niin se olisi juurikin sama kuin esimerkin 2.4.3 (normaalimalli kun varianssi tunnettu). Tämän toinen derivaatta ei enää riipu aineistosta, joten odotusarvo on helppo laskea. – PetteriP (*)

14:25 » 13:24: mutta tuo H3AT1 on aika työläs, mutta lopulta uusien lisävinkkien (kannattaa katsoa eilen päivitetty versio kurssisivulta) se vähän kevenee: eli avg(Y) = (Y_1+...+Y_n)/n on normaalijakautunut, joten sen parametrit kun selvittää, niin varianssin var(avg(Y)) laskeminen palautuu avg(Y):n neljännen ja toisen momentin laskemiseen (ja kaavat näille löytyvät wikipediasta). – PetteriP (*)

14:27 » ... ja tosiaankin tuo Fisherin informaatio on jo monisteen esimerkissä 2.4.3. laskettu, joten lopulta tarvitsee laskea (3.2b) (tai (3.2a):n avulla) informaatioey:n alaraja, sillä nyt g(theta) = theta^2 (eli se ei ole theta), joten (3.2c):tä ei voi suoraan käyttää. – PetteriP (*)

14:33 » Kiitos 14:15-14:27! Hieman eri reittiä menin, sillä muodostin uf:n ja log-uf:n suoraan satunnaismuuttujalle avg(Y). Tätä kaksi kertaa derivoimalla pääsi suoraan mukavasti samaan lopputulemaan :) silti tuntuu vaikealta osoittaa tuo informaatio-ey todeksi. Hetken sitä olen tässä pyöritellyt enkä ainakaan itse näe sitä suoraan.

14:40 » ainoa järkevähkö lähestyminen minkä keksin olisi, että ey pätee kun n=1 ja kun n->inf ja theta>0

14:40 » entäs jos theta<0?

14:43 » ehkä theta<0 ongelma ratkeaa sillä, että kummallakin ey:n puolella on thetan termejä vain "parillisissa potensseissa" ,joten välttämättä molemmat ey:n puolet >=0 ?

15:13 » ei vaan onnistu ey:n pyörittely..oliko tarkoitus vain todeta, että info-ey pätee?

15:31 » 14:33: ollos hyvä. Eli tuolla loppukysymyksellä "näytä, että var(T) on suurempi kuin informaatioepäyhtälon antama alaraja" tarkoitin seuraavaa. 1) olemme tehtävässä laskeet että var(T) on jokin luku. Selvyyden vuoksi teen tämän erikoistapauksessa n = 10 ja theta = 1. Tällöin tuo luku on var(T) = 0,42 (jos olet laskenut var(T):n niin voit kokeilla saatko saman lukuarvon :) – PetteriP (*)

15:35 » 2) Nyt informaatioey sanoo: "aina harhattomille estimaattoreille: var(T) ≥ g'(θ)^2/i(θ)" eli tämä alaraja on: g'(θ)^2/i(θ) ja kun n = 10 ja theta = 1, niin tämä alaraja g'(θ)^2/i(θ) = 0,4 (toivottavasti saat saman lukuarvon :). – PetteriP (*)

15:36 » ... 3) eli "näytä, että var(T) on suurempi kuin informaatioepäyhtälon antama alaraja" on näillä lukuarvoilla "0,42 > 0,4" (eli ainakin kun n = 10 ja theta = 1, tämä tuli osoitettua). – PetteriP (*)

15:37 » ... Koska "täystehokkuus" tarkoitti, että "var(T) = informaatioepäyhtälön ajaraja", niin tämä estimaattori T on siten esimerkki estimaattorista, mikä ei ole täystehokas. – PetteriP (*)

15:38 » g'(θ)^2/i(θ) = 0,4 on juuri näin, mutta toinen puoli poikkeaa paljonkin. Virhe on tullut siis varianssia laskettaessa ja nyt huomasinkin missä kohdassa.

15:39 » Suuret kiitokset siis, eiköhän tämä selkene kun lasken uudelleen tuon varianssin :)

15:39 » ... eli tehtävässä ei ole tarkoitus yrittää "todistaa" informaatioey:tä (se on monisteessa jo tehty ja luennoillakin mukavasti todistettu) vaan laskea nuo kaksi lukua (eli yleisesti n:stä ja theta:sta riippuvaa lauseketta) ja todeta, että saatu var(T) on aidosti suurempi. – PetteriP (*)

15:40 » 15:38: hienoa tuo alaraja. Ja hyvä, että tuo hieman aukaisi tuota varianssia. – PetteriP (*)

15:40 » kyllä juu :) idea oli siis päivänselvä, mutta yksi huolimattomuusvirhe Var T:tä laskettaessa antoi lausekkeen, jonka vertailu on hyvin hankalaa

15:43 » ... eli ehkä seuraava: var T = ET^2 - (ET)^2 = E(avg(Y)^4) - (E(avg(Y)^2))^2 lukuarvoilla voisi myös antaa lisätukea, E(avg(T)^4) = 1,63 ja (E(avg(Y)^2))^2 = 1,1^2 = 1,21. – PetteriP (*)

15:44 » 15:40: mainiota :) voisin yrittää laittaa tällaisia lukuarvoja myös jatkossa tueksi :) – PetteriP (*)

16:01 » pienistä lukuarvoesimerkeistä on varmasti apua monelle. Tapoja tehdä on niin monia, että tällainen nopsa tarkistus antaa heti viitteeitä siitä ollaanko oikeilla jäljillä vai ei :)

16:02 » plus virheiden bongaus helpottuu huomattavasti, kuten nytkin :)

16:07 » 16:02: jatkanpa sitten :) H3A T2. keskineliövirhe su-estimaattorille (n = 10, theta = 1) = 0,43. – PetteriP (*)

16:10 » ... muihin H3A:n tehtäviin noita lukuarvoja ei liene tarvitse. H3B:n tehtäviin lisään lukuarvotietoja hieman myöhemmin. – PetteriP (*)

16:11 » Loistavaa! kiitos :) Uskon, että moni on näistä iloinen, ainakin salaa jos ei muuten ;)

10:47 » Olen samaa mieltä kuin 16:11. Tämä on mielestäni hyvä keino saada lisää varmuutta omalle ratkaisulleen :)

12:00 » 16:11 ja 10:47: olen samaa mieltä. :) Ajatus kun on, että lopputuloksella ei ole niin väliä vaan miten siihen pääsee, joten lopputulosta (tai ainakin yhtä lukuarvoa) voi mukavasti käyttää lisävarmuutena että polku mitä on kulkenut on _luultavasti_ vienyt oikeaan suuntaan, ja mitä enemmän tällaisia tietoja matkalta on (eli mitä enemmän _havaintoja_) sen varmemmin tämän päätelmän voi tehdä :) – PetteriP (*)

13:40 » H3AT4: tässähän c on jokin tunnettu vakio? mikä vain reaaliluku

14:10 » 13:40: Näin tulkitsin, periaatteessa kai jopa nolla käy. (Tulos pätee silloinkin, mutta ei ole kovin mielenkiintoinen. :) Vrt. myös tehtävään 5b, jossa sitten mietitään, miten tuo c kannattaisi valita.

14:19 » muuten valmista, mutta yhden termin merkki on virheellinen :/

14:20 » saan -2(n+1)c kun pitäisi olla -2(n-1)c. En kyllä löydä virhettä laskusta EV vaikka kuinka etsin

14:44 » Vinkkiä tohon EV^2 laskemiseen? h3at4

14:47 » 14:44: Itse en laskenut lukua EV^2 lainkaan, vaan käytin varianssia ja sen laskusääntöjä (sigmaa voi tässä pitää tunnettuna lukuna ja miettiä, mitä olisi var aX, kun a on vakio ja X:n varianssi tunnettu). Keskineliövirheelle käytin siis monisteessa luvussa 3.4.1 olevaa hajotelmaa E(T-g(t))^2 = var T + b(t)^2.

14:49 » ...tai siis, "tunnettuna lukuna" = pikemminkin idea kai on (jos sen oikein ymmärrän), että kun lasketaan odotusarvoa E_{\sigma^2} [\sigma^2 X], niin varianssi on tuota odotusarvoa laskettaessa jokin kiinteä, vaikkakin tuntematon luku. Sitä ei siis ajatella tuossa satunnaismuuttujaksi.

14:54 » 14:20: Jos vaikkapa c = 2, n = 10 ja sigma^2 = 4, niin minusta EcV = 72, b(sigma^2) = 68. Olemmeko saaneet samat EcV ja estimaattorin cV harhan? Itse muistelen, että yhden neliöinnin avasin itse ensin väärin, lasku on melko herkkä sellaisille virheille.

14:59 » ...lisäksi minusta oli keskineliövirhettä laskettaessa järkevää ottaa sigma^4 melko varhain yhteiseksi tekijäksi. Yhdessä kohdassa käytin myös trinomin neliölle muistisääntöä (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc <=> (a-b-c)^2 = (a+(-b)+(-c))^2 = a^2 + b^2 + c^2 -2ab - 2ac + 2bc, "manuaalisen" neliön avaamisen sijaan.

15:07 » ongelmia tuottaa eniten Var(V):n laskeminen. EV^2:sen laskemisen eka osahan tuo on. EV tunnetaan jo, mutta varianssiin tökkää :/

15:19 » 15:07: Saisiko tehtävänannossa annettua tietoa var Z = 2n hyödynnettyä jotenkin? Siis saisiko varianssin sisään jotenkin järjestettyä satunnaismuuttujan Z = V/sigma^2 satunnaismuuttujan V sijaan? Ajatus tässä on eräässä mielessä sukua "lisää ja vähennä"-kikalle. :)

15:23 » ...hups, siis kannattaa kuitenkin huomata myös, että var V/sigma^2 = 2(n-1). :) Eli khiin neliön jakauman varianssi on 2*vapausaste, ja V/sigma^2:lla on khiin neliön jakauma vapausasteparametrilla (n-1), kuten tehtävänannon vihjeessä kerrotaan.

15:44 » Kiitos 15:19 ! Lisää-vähennä henkinen kikka olikin avain onneen ja autuuteen

15:58 » 13:40: kuten 14:10 mainitsikin, on c niin sanotusti vapaasti valittu reaalivakio. Tehtävässä 5 sen suhteen jopa derivoidaan :) – Petteri.. (*)

15:59 » ...ja siis 15:07: lukua EV^2 ei tarvitse välttämättä (eksplisiittisesti) laskea tuossa tehtävässä 4, vaan voi käyttää tehtävässä 3 johdettavaa kaavaa yhtälön oikean puolen laskemiseen.

16:09 » Kiitos kaikille! Nyt tämän sai siististi loppuun asti :) t.14:44&15:07

16:11 » 14:44,15:07: kuten moni jo mainitsikin... 16:09 mainiota :) kiitos kaikille loistavasta vertaistuesta :) – Petteri.. (*)

16:14 » Eli: aika paljon laskeskelemme odotusarvoja, variansseja ja muutamia ensimmäisiä momenttejs. Ja näihin on useita reittejä ja jotkin sopivat toisiin paremmin, toiset toisiin. Joskus tunnettu jakauma tekee laskemisen vallan mukavaksi. – Petteri.. (*)
16:37 » 14:54: jos c = 2, n = 10 ja σ^2 = 4, niin EcV = 72 ja b(σ^2) = 68 aivan kuten laskit :) ja muille, jotka lukevat tätä keskustelua myöhemmin, niin tuo 15:23:n apu 15:07:n ongelmaan on _se_ avain :) – PetteriP (*)
18:03 » H3AT5a taitaa olla virhe. Taidetaan haluta var(S^2) eikä E(S^2)?
18:06 » 18:03: Eikö siinä ole juuri varianssi?
18:06 » 18:03 tämä pitäisi olla korjattu kurssisivulla. Oli kyllä juuri noin virheellisesti alunperin. – Petteri.. (*)
18:08 » Selvä. Minulla ilmeisesti korjaamaton versio auki
10:37 » H3AT1 E((1/n sum(Y))^2-1/n) vai E(1/n sum(Y^2)-1/n)?
11:36 » 10:37: Tuo ensimmäinen. Y:n keskiarvon toisen momentin voi laskea esimerkiksi varianssin tai momenttiemäfunktion avulla. Momenttiemäfunktio on joka tapauksessa helpoin tapa laskea keskiarvon neljäs momentti, joten itse käytin sitä sekä toiseen että neljänteen. Onhan sinulla tehtävänannosta se versio, jossa annetaan vinkki siitä, että Y:n keskiarvo on tässä tilanteessa normaalijakautunut? (Ks. TN2 10.7a.)
12:21 » Momenttiemäfunktion avulla voi aika helposti perustella, miksi Y:n keskiarvo on jakautunut normaalisti.
12:47 » 12:21: Y:n keskiarvon jakauman voi toki johtaa useilla eri tavoilla (esim. yhteenlaskuom + skaalaus, tai multiN-jakautuneiden riipp. sm:ien yhteisjak. multiN-jak. + affiini muunnos multiN-jak.), kunhan ensin vain keksii, että kannattaa tarkastella sen jakaumaa eikä yrittää purkaa E(\mean{Y}^4):ää liikaa auki odotusarvon sisällä :) Itse ajattelin, että tietoa voisi vain pitää "tunnettuna", kun se on aiemmin lauseella annettu.
13:44 » 10:37: kuten 11:36 sanoikin, tuossa siis tarkastellaan T = (avg{Y})^2 - 1/n, joten tuo neliö on summan avg{Y}^2 = (1/n (Y_1 + ... +Y_n))^2 ulkopuolella. Kannattaa katsoa myös hyvät vinkit 11:36:lta ja 12:21:ltä. :) – PetteriP (*)
13:49 » 12:47: aivan, perusteluksi riittää mikä vaan noista mainitsemistasi :) Keskeinen huomio on tosiaan se, että (Y_1 + ... + Y_n):n voikin ajatella sm:nä Z, jonka jakauma on helppo selvittää. Tätä tulemme tällä viikolla miettimään luennoilla enemmänkin :) – PetteriP (*)
15:16 » Kuuluuko tuosta E(Y^4) tulla pitkäkin lauseke kun MGF:a derivoidaan 4 kertaa?
15:49 » 15:16: Voi esimerkiksi kirjoittaa ensimmäisen derivaatan lausekkeessa osan siitä muodossa M(t), ja tämän hoksaamalla saa kaikki derivaatat ilmaistuna muodossa G(t)*M(t). Tämä tekee derivoinnista kenties astetta helpomman ja myös M:n neljännen derivaatan laskemisen pisteessä 0 helpomman (koska arvo M(0) on selvä). Vihjeessä kuitenkin muistaakseni sanotaan, että momentteja voi "luntata" myös Wikipediasta, jos mef:n derivointi tuntuu puuduttavalta. :)
16:07 » 15:16: aivan kuten 15:49 sanoi, lauseke on lopulta muotoa G(t) * M(t), ja G(t) on jokin 4:n asteen polynomi t:n suhteen (pitkähkö). Mutta nuo momentit voi hyvin katsoa wikipediasta :) – PetteriP (*)