Laskuharjoitus 2B

16:17 » H2BT1-3: Mikä olisi tyylikkäin tapa käsitellä tapauksia, joissa I) x_i:n summa, II) x_iˆ2:n summa, III) jokin x_i:stä on nolla?
16:51 » 16:17: tapauksessa II) voit hyvin sanoa, että su-estimaatti ei ole yksikäsitteisesti määrätty, joten esim silloin sitä vastaavasta su-estimaattorista ei oikein voi puhua :) eli voit olettaa, että II) ei tapahdu... – PetteriP (*)
16:52 » ... Kohdat I) ja III) haittaavat pahoin kolmostehtävässä, joten siinä tehtävänannossa tulisi olla välttämättä olla oletus, että x_i ≠ 0 jokaisella i sekä sum_i x_i ≠ 0. – PetteriP (*)
16:54 » "tehtävänannossa tulisi olla välttämättä olla oletus" -> "tehtävänantoon tulisi lisätä oletus" :) Kiitos paljon, että huomasit tuon puutteen :) – PetteriP (*)
22:02 » H2BT3. pitäisikö E(T_2) tulla myös B? Sain B*n
22:15 » 22:02: Laskit odotusarvoa E(1/n sum (Y_i/xi))? Itse otin odotusarvon sisältä ensin yhden vakiotekijän pois, sitten vein odotusarvon summan sisään ja supistelin summan sisällä sopivasti (jakauman määrityksestä nähdään, mikä on odotusarvo E Y_i). Tehtävänannossa pyydetään osoittamaan, että estimaattori on harhaton, eli pitäisi tulla β tulokseksi.
22:29 » 22:02: pelkkä beta pitäisi tulla. Mutta 22:15 antoikin mukavan vinkin :) – PetteriP (*)
16:29 » Minkä näköistä T2B1 beta-hatuksi pitäisi saada?
16:30 » Siis H2bT1 :)
16:32 » Olin juuri kysymässä samaa :D
16:41 » (x_i*y_i)/(x_i)^2 ja osoittajassa ja nimittäjässä summa i=1 n:ään
16:41 » tai näin ainakin itse sain :)
16:47 » Mikäköhän meni vikaan.. Käytin seuraavaa logaritmista uskottavuusfunktiota betan määrittämiseen: -n(avg(y)-beta*avg(y))^2/(2*sigma_0^2). Kenties ihan väärä tässä tapauksessa?
17:18 » 16:47: tuossa se hieman poikkeaa minun käyttämästäni. Minulla on log-uskottavuus muotoa vakio * sum_i (y_i - beta * x_i)^2. Eli kannattaa lähteä ihan alusta liikkeelle (monisteen esimerkki 2.2.7 vie lähelle :) – PetteriP (*)
17:20 » "Minulla on log-uskottavuus muotoa" -> "Omissa laskelmissani log-uskottavuusfunktio on muotoa" ... – PetteriP (*)
17:40 » Onko toi 16.41 oikein, ja jos on, niin miten siihen päädytään? Itse saan erilaista ulos.
17:40 » "Eli kannattaa lähteä ihan alusta liikkeelle ", näin päättelinkin. Kiitos avusta.
17:48 » Nähdäkseni tässä siis keskiarvon ottaminen aineistosta ei ehkä ole niin hyvä idea, ytf kannattanee johtaa "alusta" (yksittäisistä tiheysfunktioista). Myöhemmin sitten pääsee hyödyntämään derivoinnin lineaarisuutta (derivaatan saa viedä summan sisään).
18:05 » 17:18, eikö tuota vakiota voi jättää pois?
18:30 » 18:05: uskottavuusfunktiosta L voi aina vakiokertoimet "unohtaa", ja vastaavasti log-uskottavuusfunktiosta l voi jättää lisätyt vakiot pois. Tässä ytf f_Y on muotoa c(vec(y)) * L(beta; vec(y)) ja L(beta) = exp(vakio*sum_i ...), joten tuon c(vec(y)):n saattoi unohtaa, mutta tuo vakio eksponentin sisällä "säästyy" :) – PetteriP (*)
18:34 » Selvä homma.
18:36 » 17:40: eli jos alusta aloittaa, niin 1) Y_i ~ N(b*x_i, v), missä b = β, ja v = varianssi σ_0^2. Siispä f_{Y_i} (y_i; b) = 1/sqrt(2 π v) * exp(-(y_1 - b*x_i)^2 / (2v)). – PetteriP (*)
18:38 » 2) Nyt f_{vec(Y)}(vec(y); b) on riippumattomuuden nojalla näiden tulo, mutta 1/sqrt(2π v) ei riipu parametrista b (joten sen voi unohtaa, kun uskottavuusfunktiota L määrää). – PetteriP (*)
18:40 » 3) jäljelle jää tulo L(b; vec(y)) = exp(vakio*(y_1 - b*x_1)^2) * ... * exp(vakio*(y_n - b*x_n)^2). Tästä log-uskottavuuden mukavasti ottamalla logaritmin. – PetteriP (*)
19:12 » Juu. Näin menettelin ja sain saman tuloksen kuin 16:41 beta-hatuksi. Kiitos kaikille auttajille
19:51 » 19:12: mainiota :) – PetteriP (*)

20:18 » H2BT3: pohdiskelun ja laskeskelun jälkeen päädyin tulokseen, että varT_1 ja varT_2 suhteesta (kumpi on suurempi) ei voida sanoa mitään. Olenko oikeassa? (Tätä ei taidettu vaatia tehtävänannossa)
21:00 » 20:18: Ei kauhean valmis ajatus, mutta eikös toisella ole mukavampia ominaisuuksia silloin, kun n kasvaa hyvin suureksi?
21:26 » Mutta havaintojen kasvaessa x:iä tulee lisää ja ollessaan sopivasti -1 ja 1 välissä (mutta ei 0) voi varT_2 kasvaa rajusti x suhteen
22:38 » 20:18-21:26: mainiota pohdintaa :) ei sitä vaadittukaan. Mutta lisäpohdinnan pohjalle pari kysymystä a) Mitä jos n = 2 ja luvut ovat x_1 = 2, x_2 = -1,9999 (vaikka). b) Entä jos n = 2, ja luvut ovat x_1 = 2, x_2 = 2 (tai vaikka 1,9999). c) entä jos n = 2 ja x_1, x_2 > 0 d) entä jos n on mielivaltainen ja x_i > 0 kaikilla i? :) – PetteriP (*)
00:21 » Eikös noin yleisesti ottaen T1 ole tehokkaampi, jos vektorin x keskiarvon neliön käänteisluku on pienempi kuin keskiarvo neliöiden käänteisluvuista?
07:52 » 00:21: "noin yleisesti" ottaen kyllä :) ja Jensenin ey konvekseille g (eli Eg(X) ≥ g(EX)) antaa tämän, kun sovelletaan sitä tapaukseen P(X = x_i) = 1/n kullakin i ja g(x) = x^{-2} (mikä on konveksi... tietyin ehdoin, kuvaajan piirto kannattaa). Tuo Jensen kertoo mitä "noin yleisesti" tässä tarkoittaa :) – PetteriP (*)
08:05 » ... periaatteessa tehtävässä voi tehdä "implisiittisen" oletus että x_i > 0 kaikilla i, mutta olettamalla vain, että x_i ≠ 0 jokaisella i sekä sum_i x_i ≠ 0 noiden var(T_1):n ja var(T_2):n "vertailun" luonnostelin 22:38:ssa. – PetteriP (*)
08:13 » ... tehtävän muut vertailut A) var(Hat beta) ja var(T_2) sekä B) var(Hat beta) ja var(T_1) voidaan myös tehdä mukavasti Jensenillä, kun B):ssä lisäksi ensin oletetaan, että x_i > 0 kaikilla ja sitten kolmio-ey:llä mietitään, että miksi tämä riittää :) – PetteriP (*)
08:18 » ... mutta ajatuksenani oli, että vertailu voisi vallan hyvin olla numeerisia myös numeerisia havaintoja... tämän olisin tosin voinut lisätä tehtävänantoon. – PetteriP (*)
10:28 » H2BT2 mikä on paksu Y. Vektori vai keskiarvo?
10:31 » Onko harhattomuuden määritelmän E(T) Odotusarvo SU-estimaatista?
10:33 » 10:28: Vektori. Toki, kun siitä otetaan jokin muunnos beta, muunnoksessa voi esiintyä keskiarvo.
10:37 » 10:31: Odotusarvo mistä tahansa satunnaismuuttujan muunnoksesta T = t(Y), missä t on siis jokin funktio ja Y on satunnaismuuttuja tai -vektori. Esimerkiksi, jos estimoimme jotain parametria theta aineistosta lasketulla otoskeskiarvolla, funktio t olisi t(\vec{y}) = (sum_{i=1}^n y_i)/n. Sitten t(\vec{Y}) olisi satunnaismuuttuja t(\vec{Y}) = (sum_{i=1}^n Y_i)/n.
10:39 » ...eli voi olla tai olla olematta odotusarvo SU-estimaattia vastaavasta estimaattorista.
13:01 » 10:28: aivan kuten 10:33 mainitsikin paksu Y on vektori (Y_1,...,Y_n). Luennoilla taululla käytän sen merkkinä matoa alla. – PetteriP (*)
13:05 » 10:31: harhattomuus tarkoittaa: estimaattori T = t(Y) on parametrin g(theta) harhaton estimaattori, jos ET = Et(Y) = g(theta) – PetteriP (*)
18:32 » Onko olemassa jotain "hienoa" nimitystä mallille, jonka havaittu informaatio on sama kuin sen Fisherin informaatio?
18:41 » Saako tehtävässä 2 beta^:n varianssia siistiin muotoon? Ongelmana on odotusarvon ottaminen summan toisesta potenssista, saako sitä sievennettyä jotenkin?
18:45 » 18:41: Ei, mutta aina voi ottaa käyttöön (määritellä) vain sopivan apumuuttujan, joka lasketaan jollain kaavalla x-vektorista. Itse ainakin määrittelin tällä kertaa aika paljon noita apumuuttujia eri summille, koska se keventää merkintöjä huomattavasti, ja muuttujan voi sitten aina purkaa taas tarvittaessa "takaisin auki".
19:17 » En siis tavallaan saa laskettua varianssia "loppuun", koska en osaa laskea odotusarvoa summan neliöstä. Olisiko se kuitenkin laskettavissa?
19:21 » Varianssin saa kylläkin aika siistiin muotoon. Huomioi, että x_1,...,x_n ovat tunnettuja lukuja, joten myös niiden neliöiden summa on tunnettu. Lisäksi tiedetään, että E(aX) = a * E(X).
19:21 » Mutta eihän x ole satunnaista, joten eikö sitä voi varianssin sisällä käsitellä vakiona
19:21 » toinen 19:21 ehti ensin :D

19:21 » Näin on ;)
19:23 » Tuossa piti itse asiassa olla Var(aX) = a^2 * Var(X).
19:27 » Kiitos molemmille! :)
19:27 » Ole hyvä :) T. eka 19:21
19:52 » 18:41: saitkin hyviä apuja, mutta arvailen itse jotain myös: eli olet varmaankin laskemassa varianssia, joka on muotoa var (Hat{beta}) = var (vakio * sum_i (c_iY_i)), missä c_i on jokin vakio. Tämän voi siis laskea joko laskemalla E(Hat{beta}^2) - (E(Hat{beta})^2 tai suoraan :) Ja olet ilmeisesti laskemassa tuota toista momenttia (eli E(Hat{beta}^2):aa) ... – PetteriP (*)
19:55 » ... tämä olisi siten E(d^2 * (sum_i ...)^2) = d^2 * E((sum_i ...)^2), joka on siten summan toinen potenssi. Vaikka itse suosisin riippumattomuuden käyttöä, jolloin var(sum_i Z_i) = sum_i var(Z_i), kunhan Z_i:t ovat riippumattomia, niin myös tuon summan neliön voi sieventää... – PetteriP (*)
20:00 » ... eli seuraavassa Z_i = d*c_i*Y_i. Ensiksi puretaan neliö kertolaskuksi: 1) E((sum_i Z_i)^2) = E ((sum_i Z_i) * (sum_j Z_j)). Tuossa nimesin toisen summausindeksin jo j:ksi, joten voimme viedä toisen summan toisen sisälle vakiona :) 2) E ((sum_i Z_i) * (sum_j Z_j)) = E (sum_i ((sum_j Z_j)*Z_i)) ja sitten Z_i voidaan viedä vakiona sisempään summaan sisälle. ... – PetteriP (*)
20:06 » ... 4) E (sum_i ((sum_j Z_j)*Z_i)) = E (sum_i sum_j (Z_i*Z_j)) = E (sum_{i,j} Z_i*Z_j) Nyt voimmekin viedä odotusarvon summaan lineaarisuudella, joten yhdistämällä 1)-4) näemme E((sum_i Z_i)^2) = sum_{i,j} E(Z_iZ_j). Tämän voimmekin laskea riippumattomuuden avulla, sillä jos i=j, niin E(Z_iZ_j) = E(Z_i^2), ja jos i ≠ j, niin E(Z_iZ_j) = EZ_i * EZ_j. – PetteriP (*)
20:10 » ... ja hieman vielä sieventämistä, niin lopulta saammekin osoitettua, että E((sum Z_i)^2) = sum_i (E(Z_i^2) - (EZ_i)^2) + (sum_i EZ_i)^2, mikä onkin sama kuin var(sum_i Z_i) = sum_i var(Z_i), ja tämä onkin se muoto mitä itse suosittelisin laskussa käyttämään :) – PetteriP (*)
20:13 » ... eli yhteenvetona: tässä on siis selkeintä käyttää tietoa, että var (sum_i Z_i) = sum var(Z_i) sillä Z_i:t ovat riippumattomia :) – PetteriP (*)
17:04 » Minun kysymykseni taisi jäädä huomaamatta. T. 18:32
17:24 » 17:04: hups. Pahoitteluni. En tiedä onko tälle ilmiölle annettu nimeä koska varsin erityinen tilanne on kyseessä. i(theta) ei riipu aineistosta joten tämä on sama kuin havaittu informaatio vain kun j(theta; y) on vakio aineiston suhteen eli voisi sanoa "kun aineistosta havaittu informaatio on aineistosta riippumaton" – Petteri.. (*)
17:26 » 17:24: Juu ei mitään ja kiitos vastauksesta :)