

## Laskuharjoitus 1A

18:12 » Onko H1A tehtävä 3:ssa 'theta' nuo 1 ja 2 funktioiden sisällä?

18:38 » 18:12: kyllä vain :) – PetteriP (\*)

18:39 » ... parametriavaruus voi hyvin olla äärellinen :) – PetteriP (\*)

10:16 » Voiko 'theta' olla muutakin kuin tn-arvo? Voiko se siis olla yli 1, vaikka 22? Siis kun  $d=1$ .

10:35 » 10:16: theta on jokin parametri. Esimerkissä 1.2.2 parametrina theta = lambda, kun havaintoja vastaavat sm:t  $Y_1, \dots, Y_n$  ovat eksponenttijakautuneita parametrilla lambda ja riippumattomia. Tn-laskennasta tiedämme, että lambda:ksi kelpaa mikä vaan reaalityyppinen luku, joka on  $> 0$ . Eli vaikka 22 :) – PetteriP (\*)

10:37 » ... eli esimerkin 1.2.2 parametriavaruus (eli parametrin mahdollisten arvojen joukko) on avoin väli  $(0, \infty)$ . – PetteriP (\*)

11:34 » 10:16: ... Mutta esimerkiksi esimerkissä 1.2.1 theta kertoo nimenomaan erään todennäköisyyden ja on siten välttämättä  $0:n$  ja  $1:n$  välillä. Eli riippuu siis mallista, minkälaisia rajoituksia thetalla mahdollisesti on (eli mikä on parametriavaruus). – Joonas

11:38 » 10:16: ... eli siis joissain konkreettisissa esimerkitapauksissa/malleissa vastaus kysymykseesi onkin ei. Mutta siis yleisesti juuri kuten Petteri vastasikin eli voi olla muutakin. – Joonas

00:17 » H1A T3B. Siis meinaako se miten vaikuttaa Thetaan kun on 2 vaihtoehdon sijaan 3?

07:46 » 00:17: ... tehtävä yrittää mallintaa seuraavaa. 1) kukin havaintoa vastaava sm noudattaa taulukon jakaumaa. 2) kohdassa a) aineisto on  $y = 4$ . 3) kohdassa b) aineistona onkin  $y = (4,1)$ ... – PetteriP (\*)

07:50 » ... selvensiköhän tämä? Eli tehtävän pohja-ajatuksena on, että välillä uusien koetulosten saapuessa "pöydälle" aiempia päätelmiä saattaa joutua miettimään uusiksi :) – PetteriP (\*)

13:18 » H1A T3a) Kysytään viimeiseksi 'Kuinka varmasti?'. Missä muodossa vastataan.

Prosentteinako?

10:25 » Saisiko joltain vinkki H1AT2, en pääse tässä oikein alkuun(kaan)

10:47 » 10:25: ajatellaan että  $n = 1$ ... HUPS... :( Tehtävästähän puuttuu tietty tieto, että minkälaista "aikaskaalaa" (puhutaanko tunteista, päivistä, vuosisadoista, ...) käytetään.. Ajatuksena on että  $\mu = EY_i =$  odotettu kestoikä mitataan \_päivissä\_... Laitan tästä tietoa kurssisivulle... Palaan pian... – PetteriP (\*)

10:55 » ... ok :) eli ajatellaan, että  $n = 1$ . Eli yksi laite käynnistetään ja 30:n päivän päästä katsotaan onko se ehjä vai ei. Tätä havaintoa vastaa siis sm  $Y_1$ , joka voi saada kaksi arvoa 0 tai 1 (rikki tai ehjä, kuten vinkissä)... – PetteriP (\*)

10:59 » ... laitteen kestoikää mallintaa sm (sanotaan)  $W \sim \text{Exp}(1/\mu)$ . Eli nyt tulee niitä vihjeitä :) 1) jotta tuon  $n = 1$  tilanteen saisi mallinnettua tarvitaan siis  $Y_1:n$  jakauma (Bernuolli-jakauma :) selville, eli riittää tietää tn  $P(Y_1 = 1)$ . 2) Kuinka tämä  $P(Y_1 = 1)$  voidaan esittää sm:n  $W$  liittyvän tapahtuman avulla? ... – PetteriP (\*)

11:03 » ... 3) kun tuo  $Y_1:n$  jakauma on mukavasti saatu selvitettyä (ja yhteys parametriin  $\mu$  on näkyvässä), mietitään kuinka tämä saadaan vietyä tapaukseen, missä  $n > 1$  (ajatus: kukin laite rikkoutuu toisistaan \_riippumatta\_). 4) lopuksi siis ilmoitetaan ypdf  $f_Y(y; \mu)$ , kun  $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$  ja  $y = (y_1, \dots, y_n)$  :) – PetteriP (\*)

18:15 » 13:18: hyvä kysymys :) Prosenttien käyttö viittaa suhteeseen, joten se on hyvä lähestyminen ja lisäksi voit miettiä, miten tämän "varmuuden" muokkaisit sanoiksi :) – PetteriP (\*)

11:07 » hmm.. nyt ainakin alkuun päästiin. "Kuinka tämä  $P(Y_1 = 1)$  voidaan esittää sm:n  $W$  liittyvän tapahtuman avulla?" - ehkä sijoittamalla  $P(Y_1=1)=\mu$  satunnaismuuttujan  $W$  malliin?

11:07 » ... kohta 2) lienee tuo haastavin, joten kannattaa miettiä tapahtumat sanallisina eli  $\{Y_1 = 1\} = \{\text{laite on ehjä } 30:n \text{ päivän päästä}\}$ . Eli mieti, kuinka tämä sanallisesti muotoiltu tapahtuma esitetään laitteen kestoajan  $W$  avulla? Lisävihje pohdintaan: tn  $P(Y_1 = 1)$  voidaan jotenkin ilmoittaa kestoajan  $W$  kertymäfunktion avulla. – PetteriP (\*)

11:08 » ..eli ei aivan noin :)

11:08 » kuten 11:07

11:09 » 11:08 ei aivan :) – PetteriP (\*)

11:10 » ... ja vielä yksi lisävihje: Mieti sanalliset muotoilut seuraaville kestoikään liittyville tapahtumille  $\{W > 10\}$  ja  $\{W \leq 20\}$  (luvut 10 ja 20 on summassa valittuja eivätkä liity tehtävän antoon :) – PetteriP (\*)

12:16 » Hmm, mutta ei kai se mallia lopulta kovin syvällisesti muuta, mitataanko kestoikää päivissä, kuukausissa, svedbergeissä, olympiadeissa vai kummissa ajoissa (strange aeons), kunhan mittayksikköä käytetään konsistentisti? Itse menin helpoimman kautta ja ajattelin, että mitataan kuukausissa :)

12:34 » hmmm.. olenkohan nyt oikeilla jäljillä. Tuleeko kohdassa " 3) kun tuo  $Y_1$ :n jakauma on mukavasti saatu selvitettyä (ja yhteys parametriin  $\mu$  on näkyvissä)" ratkaista yhtälö  $\mu$ :n suhteen?

12:39 » ähh... ei kaiketi

12:46 » ajattelenkohan tämän nyt liian vaikeasti. "Lisävihje pohdintaan: tn  $P(Y_1 = 1)$  voidaan jotenkin ilmoittaa kestoian  $W$  kertymäfunktion avulla." Eli kun tiedän tämän, niin ko. mallin yptnf saadaan riippumattomuuden nojalla?

12:50 » ..nyt luulisin keksineeni miten tämä menee :) On kyllä vielä aivot paksun joulukinkkurasvan peitossa..

12:52 » Juu, paitsi että varsinaisesti tässä ei ole erityistä hyötyä muodostaa yhteispistetodennäköisyysfunktioita (viittaisi satunnaisvektoriin), vaan johtopäätöksiä varten riittää muodostaa yksiulotteinen (skalaari)satunnaismuuttuja ja sille pistetodennäköisyysfunktio. Tämä muuttuja on siis oikeastaan muunnos satunnaisvektorista  $Y$ . Tässä voi miettiä tehtävänannossa annettua vihjettä toistokoetulkinnasta ja sitä, mikä jakauma sopisi hyvin toistokokeiden kuvaamiseen.

12:52 » ...ja TN-laskenta II:n luentomonisteen osiosta 3.4 löytyy esimerkki aiheesta.

13:05 » Varmistaisin, että saadaanko lopputulemana malli, jonka tn-parametri on sellainen, jossa  $\mu$  on jollain tapaa esitetty  $e$ :n potenssissa?

13:20 » Joo.

13:30 » kiitos 13:20 :)

13:44 » 12:16 ei se syvällisesti muuta. Uudelleenparametrisointia vaille :) – PetteriP

13:45 » 13:44: tuo olin minä tuo äskeinenkin vaikka ei tullut harmaalla taustalla :) – PetteriP (\*)

13:46 » 13:05: kuten 13:20 sanoikin (ja kiittasit varmaankin 13:30) sellainen lopputulema on kyseessä. – PetteriP (\*)

13:50 » 12:52: tässä on kaksi mahdollinen tapaa mallintaa: joko mallintaa aineisto yhdellä luvulla  $k = \text{"kuinka monta on ehjiä"}$  (ja tätä vastaa sitten jokin sm  $K$ ) tai sitten mallintaa aineisto  $y = (y_1, \dots, y_n)$  (jota vastaa sv  $Y$ ) missä  $y_i$  kuvaa laitteen nro  $i$  ehjyyttä/rikkinäisyyttä. – PetteriP (\*)

14:32 » Tuli mieleeni noita molempia tilanteita tarkastelemalla, että kun yptnf on usein myös uskottavuusfunktio ja tunnetusti uskottavuusfunktioista voidaan jättää pois kertoimia, jotka eivät riipu tarkastelun kohteena olevasta parametrasta, niin uskottavuusfunktioon voinee myös samoin perustein lisätä kertoimia, jotka eivät riipu tarkasteltavasta parametrasta?

14:34 » mikäli mallintaa tehtävää 2 tähän "sitten mallintaa aineisto  $y = (y_1, \dots, y_n)$  (jota vastaa sv  $Y$ ) missä  $y_i$  kuvaa laitteen nro  $i$  ehjyyttä/rikkinäisyyttä." -tyyliin ja lisää saatuun yptnf/uskottavuusfunktioon tutun skalaarin, niin päättyy tuohon "ko mallintaa aineisto yhdellä luvulla  $k = \text{"kuinka monta on ehjiä"}$ (ja tätä vastaa sitten jokin sm  $K$ ) " satunnaismuuttujan  $K$  ptnf:ään

14:35 » ehkä joillekin ilmiselvä juttu, mutta itselleni ei niinkään, joten ihan hauska oli huomata tämä :)

14:50 » 14:32-14:35: kyllä hyvinkin :D Tilanne on tässä hyvin vastaava lamppuesimerkin kanssa. Mallit (eli varsinaiset ptnf:t tai yptnf:t) ovat hieman erilaiset (toinen yksiulotteinen, toinen n-ulotteinen, kerroin eri), mutta (log-)uskottavuusfunktioiksi molemmille samannäköinen funktio. – PetteriP (\*)

14:53 » ... tätä vastaavaa tilannetta tullaan kyllä pohtimaan kurssilla vielä :) – PetteriP (\*)

15:05 » 14:32-14:53: Petteri ehti näköjään ensin, mutta koska ehdin jo runoilla (presemo-mitalla) pitkäkhön vastauksen, niin laitan sen tähän perään kuitenkin. Kysyjälle ehkä selvää, mutta kaikille ei välttämättä, ja voi olla hyödyksi joillekin. ... – Joonas

15:05 » 14:32-14:35: Kyllä, voi sekä lisäillä että poistaa parametrissa riippumattomia tekijöitä. :-)  
Materiaalin uskottavuusfunktion määritelmässä (kappale 2.1.3) tuo on jopa muotoiltu lisäämisen kautta. Mutta usein tuota  $c(y)$ :n lisäämistä käytetään "poistamaan" turhia (parametrissa riippumattomia) kertoimia: jos esimerkiksi halutaan "poistaa" kerroin  $d(y)$ , niin lisätään  $c(y) = 1/d(y)$ . – Joonas

15:05 » ... Vastaavasti, jos sääntönä olisikin ollut, että saisi vain poistaa tekijöitä, niin halutessaan  $c(y)$ :n voisi kuitenkin "lisätä" kertomalla ykkösellä eli kirjoittamalla alkuun  $1/c(y) * c(y) * ...$  ja poistamalla sitten alusta  $1/c(y)$ :n. – Joonas

18:36 » Saisiko jotain vinkkiä neloseen? Tuleeko vastaukseksi mitään "siistiä"?

19:14 » Harjoituksen 1A neloseen? Itse sain aavistuksen vaikealukuisen näköisen  $y_{ptnf}$ :n, jossa tuli indeksoidun tulon sisään pari potenssia ja niiden sisään pari summaa; havainnollisemman (mutta astetta pidemmän) sitten käyttämällä indikaattorifunktioita potenssien sijaan. Tarkistin erikseen, että funktio tuottaa järkeviä todennäköisyyksiä annetuille vektoreille, mutta en kyllä ollut varma, haettiinko tässä juuri tällaista funktiota :)

19:17 » ...esim. oliko tarkoitus, että funktio kohtelee kahta vektoria, joissa on samat määrät rikkinäisiä/ehjiä lamppeja, erilaisina tuloksina, jos niissä on eri järjestys. :) Jotenkin kuvittelisin, että käytännön tilanteissa katsottaisiin vain lukumääriä?

19:50 » 18:36: aivan kuin 19:14 sanoikin niin vastaus on ikävän näköinen. Kun pidetään vinkin mukaisesti järjestyksestä kiinni, voi niitä sieventää käyttämällä apumuuttujia  $w_1 = y_1$ ,  $w_2 = y_1 + y_2$ , ...,  $w_4 = y_1 + ... + y_4$ , jolloin  $Y_1$ :n jakauma olisi  $B(K/N)$ ,  $(Y_2 | Y_1 = y_1)$  jakautumana olisi  $B(K-w_1/N-1)$ ,  $(Y_2 | Y_1 = y_1, y_2)$  vastaavasti  $B(K-w_2/N-2)$ ,... – PetteriP (\*)

19:55 » ... hups... siis tuossa pitäis olla  $B((K-w_1)/(N-1))$  ja  $B((K-w_2)/(N-2))$ , missä  $N = 20$  ja  $K$  on rikkinäisten lamppejen kokonaislukumäärä (tuntematon tosin). – PetteriP (\*)

19:59 » 19:17: järjestyksen voi helposti "hukata" tarkastelemalla summaa  $Y_1 + ... + Y_5$  :) Tehtävällä pyrin korostamaan suurten joukkojen "mukavuutta" :) – PetteriP (\*)

20:45 » 19:14: Juuri sitä tarkoitin. Ajattelin, että ei siitä varmaan mitään kovin siistiä tule.

20:48 » Kiitoksia 19:14 ja Petteri! Ehkä se nyt aukeaa.

23:28 » Mutta mikä tuo theta sitten on siinä nelosessa?

00:14 » 23:28: Minusta järkevintä on käyttää alkuperäisen esimerkin parametrisaatiota. Siis todennäköisyys sille, että satunnaisesti valittu lamppu on rikki, on theta. Toinen tulkinta: lamppuista  $n$  theta kappaletta, tässä siis 20 theta kappaletta, on rikki.

01:07 » 0:14: Mietin itsekin tätä, mutta en saanut sitä järkevästi mukaan  $y_{ptnf}$ :ään, koska nimittäjäthän muuttuvat, jos olen ymmärtänyt tehtävän oikein. Näin ollen  $k/n$  syntyy vain ensimmäiseen osaan.

02:20 » 1:07: Minusta kertolaskusäännön soveltamisen jälkeen  $y_{ptnf}$ :ssä on tulo tekijöistä, joissa on eri nimittäjiä. (Yksinkertainen tapa miettiä tätä olisi ajatella todennäköisyyttä vaikka vektorille (1, 0, 1, 0, 1) tms.) Muistelemalla  $tn$ -laskennan alusta vähän kombinatoriikkaa saa funktion lauseketta sievenneltä tiiviimpään muotoon. Mutta thetaahan esiintyykin vain osoittajatermeissä?

20:05 » Edelleen tuottaa hiukan hankaluuksia H1AT4, onko tässä ideana siis ehdollinen riippumattomuus kun eihän ketjusääntöä voi soveltaa suoraan sillä tehtävässä ei ole riippumattomuusoletusta satunnaisuuttujille  $Y_1, \dots, Y_5$ ?

20:32 » 20:05: ketjusäännöllä (kertolaskusäännöllä) viittaaan myös ehdollisiin jakaumiin eli  $f_{\{X,Y\}}(x,y) = f_X(x) f_{\{Y|X\}}(y|x)$  ja  $f_{\{X,Y,Z\}}(x,y,z) = f_X(x) f_{\{Y|X\}}(y|x) f_{\{Z|X,Y\}}(z|x,y)$ . Jos  $X$  ja  $Y$  olisivat riippumattomat, olisi  $f_{\{Y|X\}}(y|x) = f_Y(y)$  kaikilla  $x$ . – PetteriP (\*)

20:54 » Kiitos 20:05, oli jo "unohtunut" eräs oleellinen asia todari2 -kurssilta, joka löytyikin todarimatskun kappaleesta 3.2 ;)