

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Raja-arvot 2016 Tehtävät 1 A

Tällä ensimmäisellä viikolla on vain loppuviikon tehtäviä, joita on tarkoitus pohtia yhdessä opettajien kanssa loppuviikon ohjauksissa. Niistä voi keskustella myös luennoitsijan kanssa laitoksen käytävillä.

Seuraavan viikon alkuviikon ohjauksissa käsiteltävät kotitehtävät A1, . . . A5 jatkavat samoja teemoja.

Pohdimme reaalityyppisiä ja niiden ominaisuuksia. Erityisesti olemme kiinnostuneita epäyhtälöistä, koska yliopistossa niiden rooli on kovin erilainen kuin koulussa. Seuraavissa epäyhtälötehtävissä ei ole kysymys epäyhtälöiden ratkaisemisesta!

Loppuviikon tehtävät L1, L2; L3, L4 ja L5

L1 Arvioidaan murtolausekkeen

$$\frac{3n+1}{n+3}$$

suuruutta luennoilla esiteltyjen epäyhtälöiden ominaisuuksien avulla. (Ne tulevat näkyville myös kurssin moodleeseen.) Tehtävän lausekkeessa n on positiivinen kokonaisluku. Etsi positiiviset kokonaisluvut a, b, c ja d , joille kaikilla positiivisilla kokonaisluvuilla n pätee

$$\frac{a}{b} \leq \frac{3n+1}{n+3} \leq \frac{c}{d}.$$

Kannattaa muistaa, että murtolauseketta voi pienentää esimerkiksi pienentämällä osoittajaa tai kasvattamalla nimittäjää, ja kasvattaa kasvattamalla osoittajaa tai pienentämällä nimittäjää.

L2 Etsi sellainen positiivinen reaalityyppi K , että kaikilla reaalityypeillä x pätee: jos $1 < x < 2$, niin $x^2 - 1 < K(x - 1)$.

L3 Jatketaan lausekkeen x^2 tarkastelua vähän kohdan $x = 1$ oikealla puolella. Sovelletaan edellisen tehtävän tulosta.

(a) Etsi sellainen positiivinen reaalityyppi δ , että kaikilla reaalityypeillä x pätee: jos $1 < x < 1 + \delta$, niin $x^2 - 1 < 7^{-777}$.

(b) Etsi sellainen positiivinen reaaliluku δ , että kaikilla reaaliluvuilla x pätee: jos $1 < x < 1 + \delta$, niin $x^2 < 1 + 7^{-777}$.

L4 Reaaliluvun a käänteisluku on sellainen reaaliluku b , jolle pätee $ab = 1$. Miksei luvulla 0 ole käänteislukua; ts. miksei nolllalla saa jakaa?

L5 Mitä reaaliluvut ovat

- (a) koulussa oppimasi tai koulukirjojesi mukaan, ja
- (b) ”aikuisen oikeasti”?