

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

7.12.2016

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- ▶ Kurssisivulla on joulukalenteri. Sieltä löytyy kertaustehtäviä.
- ▶ Linis ykkösen suorituksen on vahingossa kirjattu linis kakkosen suorituksiksi. Virhettä korjataan.
- ▶ Osa harjoituksen 4 tehtävistä on saattanut jäädä kirjaamatta. Tarkista Pikipistä, onko tehtäväsi kirjattu. Jos ei, kirjoita kansilehteen "Pisteitä ei kirjattu" ja palauta uudelleen.

Tutustu vieressä istuvaan ihmiseen

Siirry istumaan toisen ihmisen viereen. Kaikilla pitää olla pari, jonka kanssa työskennellä.

Jos et tunne pariasi, esittele itsesi. Jos olette vanhoja tuttuja, jutustelkaa niitä näitä.

Kurssin kokonaiskuva.



Kaverinne on opiskellut lineaarialgebraa, mutta hän ei tiedä, mikä sisätulo on. Selittäkää hänelle,

- ▶ mikä on pistetulo
- ▶ mikä on sisätulo
- ▶ miten nämä kaksi asiaa liittyvät toisiinsa.

Pistetulon/sisätulon avulla voidaan puhua avaruuden geometrisista ominaisuuksista:

- ▶ pituus
- ▶ kohtisuoruus
- ▶ etäisyys
- ▶ jne.

Matriisien sisätulo

Vektoriavaruuteen $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ voidaan määritellä sisätulo asettamalla

$$\left\langle \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} \right\rangle = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + a_4 b_4.$$

Mikä on matriisin $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ pituus?

Tutkitaan vektoriavaruutta

$$C([0, 1]) = \{f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ on jatkuva}\}.$$

Tässä avaruudessa voi määritellä sisätulon kaavalla

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x) dx.$$

Erilaista geometriaa

Vektoriavaruuteen \mathbb{R}^2 voidaan määritellä sisätulo asettamalla

$$\langle \bar{v}, \bar{w} \rangle = v_1 w_1 + (v_2 w_2)/3.$$

- ▶ Keksi kaksi avaruuden \mathbb{R}^2 vektoria, jotka ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.
- ▶ Miltä näyttää avaruuden yksikköympyrä?

Piirretään GeoGebralla toisiaan vastaan kohtisuorassa olevat vektorit ja määritetään niiden välinen kulma. Onko GeoGebra oikeassa vai väärässä?

Sisätulon avulla voi

- ▶ määrittää jotain pistetulon kaltaista myös muihin vektoriavaruuksiin kuin avaruuteen \mathbb{R}^n . Tällöin kyseisessä vektoriavaruuksessa on mahdollista puhua esim. vektoreiden pituuksista tai niiden välisistä kulmista.
- ▶ määrittää jotain pistetuloa muistuttavaa mutta erilaista avaruuteen \mathbb{R}^n . Tällöin avaruuden geometrisesta rakenteesta tulee erilainen.

Sisätulo ja pistetulo

Pistetulo on erikoistapaus sisätulosta. Jos sisätulo on huonekalu, pistetulo on tuoli.

Tutkitaan vektoriavaruutta

$$C([0, 1]) = \{f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ on jatkuva}\}.$$

Halutaan approksimoida funktiota $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$.

Kumpi seuraavista funktioista sopii tähän paremmin?

(a) $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 1$

(b) $h: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = 2x + 0,5$

Mikä on paras mahdollinen suora, jolla eksponenttifunktiota voi arvioida?