Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

2.12.2016

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Istu riville, joka vastaa syntymäpäiväsi päivän jälkimmäistä numeroa.

Jos olet esimerkiksi syntynyt 19. maaliskuuta, istu riville 9.

Jos jouduit niin kauas, että sinulla on vaikeuksia nähdä, voit tulla lähemmäs.

Käytännön asioita

- Kurssisivulla on joulukalenteri.
- Linis ykkösen suorituksen on vahingossa kirjattu linis kakkosen suorituksiksi. Virhettä korjataan.
- Osa harjoituksen 4 tehtävistä on saattanut jäädä kirjaamatta. Tarkista Pikipistä, onko tehtäväsi kirjattu. Jos ei, kirjoita kansilehteen ”Pisteitä ei kirjattu” ja palauta uudelleen.

Matematiikan lukemisesta

Ensimmäinen lukukerta

- älä yritä ymmärtää kaikkea
- anna tehtävien johdatella lukemista
- yritä hahmottaa tekstin kokonaisrakennetta

Toinen lukukerta

- lue jo lukemasi alusta uudelleen
- yritä yhdistää lukemaasi aiemmin oppimaasi
- mieti, miksi teksti on kirjoitettu juuri niin kuin se on
- vilkaise myös lauseiden todistuksia

Myöhemmät lukukerrat

- palaa lukemaan aina tarvittaessa
- palaa lukemaan jonkin ajan kuluttua myös vaikket kokisikaan tarvetta
- kun opit uutta, myös aiemmat asiat saavat uusia merkityksiä

Käytä lukiessa **itseselittämisen strategiaa**.

Tällä tavoin matemaatikot lukevat

Tutustu vieressä istuvaan ihmiseen

Siirry istumaan toisen ihmisen viereen. Kaikilla pitää olla pari, jonka kanssa työskennellä.

Jos et tunne pariasi, esittele itsesi. Jos olette vanhoja tuttuja, jutustelkaa niitä näitä.

Olkoon $\mathcal{B}$ jokin kanta.

Oletetaan, että $[\bar{v}]_{\mathcal{B}} = (0, 1, -2)$.

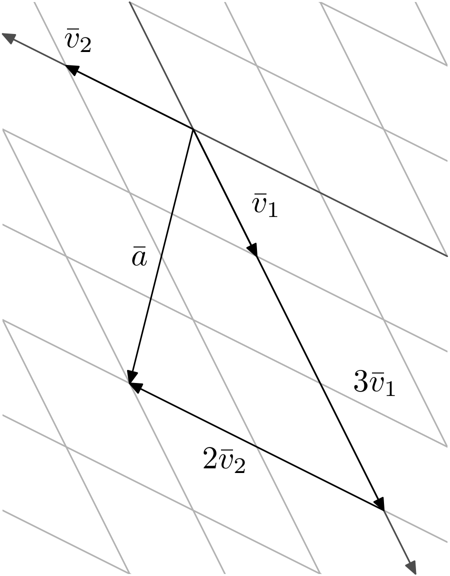
Miltä $\bar{v}$ näyttää? Piirrä siitä kuva tai kuvaile vektoria vieruskaverillesi.

Mitä tarkoittavat sanat ''helmet'', ''tie'' tai ''sun''?

Vektori $\bar{a} = (-1, -4)$.

Merkitään $\bar{v}_1 = (1, -2)$ ja $\bar{v}_2 = (-2, 1)$.

Nyt $\mathcal{B} = (\bar{v}_1, \bar{v}_2)$ on vektoriavaruuden $\mathbb{R}^2$ kanta.


$\bar{v}_2$
$\bar{v}_1$
$\bar{a}$
$3\bar{v}_1$
$2\bar{v}_2$

Muistele: faktoja kannoista ja dimensiosta

Edelliseltä kurssilta:

1) Mitä voit sanoa saman vektoriavaruuden eri kantojen pituuksista?
Ne ovat saman pituisia.

2) Vektorijono on avaruuden kanta, jos ja vain jos jokainen avaruuden vektori... voidaan esittää jonon vektorien lineaarikombinaatioina täsmälleen yhdellä tavalla

3) Avaruuden dimensiota pidempi vektorijono ei voi olla... vapaa

4) Äärellisestä virittäjäjoukosta voidaan aina... poistaa vektoreita... niin että siitä tulee kanta
5) Jos vektoriavaruudella on äärellinen virittäjäjoukko, vapaaseen jonoon voidaan aina... lisätä virittäjävektoreita... niin että siitä tulee kanta
6) Siispä... äärellisviritteisellä vektoriavaruudella on aina kanta
7) Jos vektorijonon pituus on sama kuin avaruuden dimensio ja jono... on vapaa tai virittää avaruuden..., se on kanta
8) Aliavaruuden dimensio on... pienempi tai yhtä suuri kuin koko avaruuden

Ominaisarvo

Kuvaile omin sanoin, mitä lineaarikuvauksen ominaisarvo ja ominaisvektori tarkoittavat.

Ominaisarvo

- Ominaisvektori on sellainen vektori, joka skaalautuu lineaarikuvauksessa.
- Kun lineaarikuvauksella kuvaa ominaisvektoria, se on sama kuin kertoisi vektoria skalaarilla. Tämä skalaari on ominaisarvo.
- Kun lineaarikuvauksella kuvaa ominaisvektoria, ominaisvektori venyy tai kutistuu ja mahdollisesti vaihtaa suuntansa vastakkaiseksi.

Mitkä väitteistä pitävät paikkansa?

Lineaarikuvaus $L\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ kiertää tason vektoreita 90° astetta vastapäivään ja projisoi ne sitten suoralle suoralle $\mathrm{span}((-1,3))$.

(a) Vektori $(3,1)$ on lineaarikuvauksen L ominaisvektori.

(b) Lineaarikuvauksella L ei ole ominaisvektoreita.

(c) Lineaarikuvauksella L on ominaisarvo $-1/3$.

(d) Lineaarikuvauksella L on täsmälleen yksi ominaisarvo.

(e) Lineaarikuvauksella L ei ole ominaisarvoja.

Mene osoitteeseen `presemo.helsinki.fi/joh` ja äänestä.