

# Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

30.11.2016

Helsingin yliopisto  
Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

## Käytännön asioita

- ▶ Linis ykkösen suorituksen on vahingossa kirjattu linis kakkosen suorituksiksi. Virhettä korjataan.
- ▶ Osa harjoituksen 4 tehtävistä on saattanut jäädä kirjaamatta. Tarkista Pikipistä, onko tehtäväsi kirjattu. Jos ei, kirjoita kansilehteen "Pisteitä ei kirjattu" ja palauta uudelleen.

## Tutustu vieressä istuvaan ihmiseen

Siirry istumaan toisen ihmisen viereen. Kaikilla pitää olla pari, jonka kanssa työskennellä.

Jos et tunne pariasi, esittele itsesi. Jos olette vanhoja tuttuja, jutustelkaa niitä näitä.

## Mitä virheitä löydät ratkaisuista?

**Tehtävä:** Osoita, että kuvaus  $L: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $L(a) = (a, 2a)$  on lineaarinen.

**Ratkaisu 1:** Oletetaan, että  $a, b \in \mathbb{R}$  ja  $r \in \mathbb{R}$ . Nyt

$$\begin{aligned}L(a + b) &= (a + b, 2(a + b)) \\ &= (a + b, 2a + 2b) \\ &= (a, 2a) + (b, 2b) \\ &= L(a) + L(b)\end{aligned}$$

ja

$$L(ra) = (ra, 2(ra)) = (ra, r(2a)) = r(a, 2a) = rL(a).$$

Siten  $L$  on lineaarikuvaus.

**Ratkaisu 2:** On osoitettava, että

(a)  $L(a + b) = L(a) + L(b)$  kaikilla  $a, b \in \mathbb{R}$  ja

(b)  $L(ra) = rL(a)$  kaikilla  $r \in \mathbb{R}$  ja  $a \in \mathbb{R}$ .

Koska  $L(a + b) = \dots = L(a) + L(b)$  ja  $L(ra) = \dots = rL(a)$ , kuvaus  $L$  on lineaarinen.

**Ratkaisu 3:** On osoitettava, että

(a)  $L(a + b) = L(a) + L(b)$  kaikilla  $a, b \in \mathbb{R}$  ja

(b)  $L(ra) = rL(a)$  kaikilla  $r \in \mathbb{R}$  ja  $a \in \mathbb{R}$ .

Oletetaan, että  $s, t \in \mathbb{R}$  ja  $c \in \mathbb{R}$ . Koska  $L(s + t) = \dots = L(s) + L(t)$  ja  $L(cs) = \dots = cL(s)$ , kuvaus  $L$  on lineaarinen.

## Ydin ja kuva

Tuttuja käsitteitä JYMistä, puettu vain eri muotoon.

# Kuva

Lineaarikuvaus  $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  ensin kiertää tason vektoreita  $90^\circ$  astetta myötäpäivään ja sitten projisoi ne suoralle  $\text{span}((-1, -1))$ .

- (a) Keksi kolme vektoria, jotka ovat lineaarikuvauksen kuvassa  $\text{Im } L$ .
- (b) Miltä kuva  $\text{Im } L$  näyttää?

Lineaarikuvaus  $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  ensin kiertää tason vektoreita  $90^\circ$  astetta myötäpäivään ja sitten projisoi ne suoralle  $\text{span}((-1, -1))$ .

- (a) Etsi kolme vektoria, jotka ovat lineaarikuvauksen ytimessä  $\text{Ker } L$ .
- (b) Miltä ydin  $\text{Ker } L$  näyttää?