Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

25.11.2016

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- Arvosanat ja arviointiperusteet ovat ilmestyneet ykkösosan kurssisivulle. Tarkista erityisesti lisäpisteesi.
- Jos kurssi meni huonosti, etkä tiedä, mitä pitäisi tehdä, tule juttelemaan.

Istu riville, joka vastaa syntymäpäiväsi päivän jälkimmäistä numeroa.

Jos olet esimerkiksi syntynyt 19. maaliskuuta, istu riville 9.

Jos jouduit niin kauas, että sinulla on vaikeuksia nähdä, voit tulla lähemmäs.

Tutustu vieressä istuvaan ihmiseen

Siirry istumaan toisen ihmisen viereen. Kaikilla pitää olla pari, jonka kanssa työskennellä.

Jos et tunne pariasi, esittele itsesi. Jos olette vanhoja tuttuja, jutustelkaa niitä näitä.

Kurssin kokonaiskuva.

Lineaarikuvaus

Olkoot V ja U vektoriavaruuksia. Kuvaus $L\colon V \to U$ on lineaarikuvaus, jos seuraavat ehdot pätevät:

(a) $L(\bar{v} + \bar{w}) = L(\bar{v}) + L(\bar{w})$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w} \in V$

(b) $L(c\bar{v}) = cL(\bar{v})$ kaikilla $c \in \mathbb{R}$ ja $\bar{v} \in V$.

Merkitään

$$A = \{ax^2 + bx + c \in \mathcal{P} \mid a \neq 0\}.$$

Mitkä seuraavista polynomeja koskevista väitteistä ovat tosia?

(a) $3x^2 + x \in A$

(b) $x \in 3x^2 + x$

(c) $x \in A$

(d) $0 \in 3x^2 + x$

(e) $3x^2 + 2x \in \mathbb{R}$

(f) $3x^2 + 2x \in \mathcal{F}$

Polynomiavaruudella $\mathcal{P}_2$ on kanta $\mathcal{B} = (1 + x + x^2,\ 4x,\ x^2)$.

Tutkitaan, mikä on polynomin $p = 1 + 5x$ koordinaattivektori tämän kannan suhteen.

Tapa 1: $1 + 5x = 1(1 + x + x^2) + 1(4x) + (-1)x^2$, joten, koordinaattivektori on $[p]_{\mathcal{B}} = (1, 1, -1)$.

Tapa 2: $1 + 5x = 0(1 + x + x^2) + (5/4)(4x) + (1/x^2)x^2$, joten, koordinaattivektori on $[p]_{\mathcal{B}} = (0,\ 5/4,\ 1/x^2)$.

Onko koordinaattivektoreita useita?

Mitkä väitteistä ovat tosia?

(a) On olemassa lineaarikuvaus $L\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, jolle pätee $L(1,0) = (2,2,2)$ ja $L(-2,0) = (1,1,1)$.

(b) Oletetaan, että kuvaukselle $L\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ pätee

$$L(1,0) = (2,2,2), \quad L(0,1) = (6,6,1),$$

$$L(1,1) = (8,8,3) \quad \text{ja} \quad L(2,0) = (4,4,4).$$

Tällöin kuvaus L on lineaarinen.

(c) On olemassa lineaarikuvaus $L\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, jolle pätee $L(1,0) = (2,2,2)$ ja $L(0,1) = (0,0,0)$.

(d) On olemassa lineaarikuvaus $L\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, jolle pätee $L(1,2) = (2,2,2)$ ja $L(-1,0) = (0,0,0)$.

presemo.helsinki.fi/joh