

# Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

11.11.2016

Helsingin yliopisto  
Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Istu sukunimesi alkukirjainta vastaavalle riville.

## Käytännön asioita

- ▶ Tällä viikolla tarkistetussa tähtitehtävässä pyydettiin täsmällisiä perusteluja.
- ▶ Tarkistajat eivät kuitenkaan vaatineet täsmällisiä perusteluja, vaan keskittyivät tarkistamisessa siihen, että tehtävän idea on oikein.
- ▶ Kukka ei tarkoita, että tehtävä olisi tehty täysin oikein. Se tarkoittaa, että ratkaisu täytti tarkistuskriteerit. Kannattaa siis tarkistaa tähtitehtävät vielä ratkaisuehdotuksista, kun ne ilmestyvät.

## Tutustu vieressä istuvaan ihmiseen

Siirry istumaan toisen ihmisen viereen. Kaikilla pitää olla pari, jonka kanssa työskennellä.

Jos et tunne pariasi, esittele itsesi. Jos olette vanhoja tuttuja, jutustelkaa niitä näitä.

# Aliavaruus

Kuvitelkaa, että teillä on kaveri, joka osaa lineaarialgebran perusteet mutta ei ole koskaan kuullut aliavaruuksista. Selittäkää hänelle omin sanoin, mitä aliavaruudet ovat.

## Mitä mieltä olet ratkaisusta?

Osoita, että  $W = \{(a, 3a, 4b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$  on avaruuden  $\mathbb{R}^3$  aliavaruus.

**Ratkaisu:**

$$\text{a) } (a, 3a, 4b) + (c, 3c, 4d) =$$

$$(a + c, 3(a + c), 4(b + d)) \in W, \quad a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

$$\text{b) } r(a, 3a, 4b) = (ra, 3ra, 4rb) \in W, \quad r \in \mathbb{R}$$

$$\text{c) } (0, 0, 0) = (0, 3 \cdot 0, 4 \cdot 0) \in W$$

## Mitä mieltä olet ratkaisusta?

- (a) Ratkaisua on vaikea lukea.
- (b) Ratkaisu on oikein.
- (c) Ratkaisun idea on oikein.
- (d) Ratkaisun looginen rakenne on oikea.
- (e) Ratkaisu ei todista mitään.
- (f) En tajua ratkaisua.

Äänestä: [presemo.helsinki.fi/joh](https://presemo.helsinki.fi/joh).

Miten korjaisit ratkaisua?

## Miltä avaruuden $\mathbb{R}^n$ aliavaruus voi näyttää?

(laskutoimituksina tavalliset vektorien yhteenlasku ja skalaarikertolasku)

- (a) Aliavaruus voi olla suunnikas.
- (b) Aliavaruus voi olla kuutio.
- (c) Aliavaruus voi olla taululla olevassa kuvassa näkyvä joukko.
- (d) Aliavaruus voi olla ääretön kartio.



Miltä avaruuden  $\mathbb{R}^3$  aliavaruus voi näyttää? Listaa erityyppisiä aliavaruuksia.

Onko tyhjä joukko aliavaruus? Mitkä aliavaruuden ehdoista tyhjä joukko täyttää?