Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

9.11.2016

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- Tällä viikolla tarkistetussa tähtitehtävässä pyydettiin täsmällisiä perusteluja.
- Tarkistajat eivät kuitenkaan vaatineet täsmällisiä perusteluja, vaan keskittyivät tarkistamisessa siihen, että tehtävän idea on oikein.
- Kukka ei tarkoita, että tehtävä olisi tehty täysin oikein. Se tarkoittaa, että ratkaisu täytti tarkistuskriteerit. Kannattaa siis tarkistaa tähtitehtävät vielä ratkaisuehdotuksista, kun ne ilmestyvät.

Tutustu vieressä istuvaan ihmiseen

Siirry istumaan toisen ihmisen viereen. Kaikilla pitää olla pari, jonka kanssa työskennellä.

Jos et tunne pariasi, esittele itsesi.

Oletetaan, että joukossa V on määritelty yhteenlasku ja skalaarikertolasku jollakin tavalla.

1. $\bar{v} + \bar{w} = \bar{w} + \bar{v}$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w} \in V$.
2. $(\bar{v} + \bar{w}) + \bar{u} = \bar{v} + (\bar{w} + \bar{u})$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w}, \bar{u} \in V$.
3. On olemassa *nollavektori* $\bar{0} \in V$.
4. Jokaisella $\bar{v} \in V$ on *vastavektori* $-\bar{v} \in V$.
5. $a(\bar{v} + \bar{w}) = a\bar{v} + a\bar{w}$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w} \in V$ ja $a \in \mathbb{R}$.
6. $(a + b)\bar{v} = a\bar{v} + b\bar{v}$ kaikilla $\bar{v} \in V$ ja $a, b \in \mathbb{R}$.
7. $(ab)\bar{v} = a(b\bar{v})$ kaikilla $\bar{v} \in V$ ja $a, b \in \mathbb{R}$.
8. $1\bar{v} = \bar{v}$ kaikilla $\bar{v} \in V$.

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy > 0\}$$

- Onko A vektoriavaruus, kun yhteenlaskuna on vektoreiden tavallinen yhteenlasku ja skalaarikertolaskuna tavallinen skalaarikertolasku?
- Mitkä vektoriavaruuden ehdoista pitää käydä läpi? Mitkä seuraavat automaattisesti siitä, että $A \subset \mathbb{R}^2$?

Äänestä: presemo.helsinki.fi/joh.

Joukossa V on määritelty yhteen- ja skalaarikertolasku.

1. $\bar{v} + \bar{w} = \bar{w} + \bar{v}$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w} \in V$.
2. $(\bar{v} + \bar{w}) + \bar{u} = \bar{v} + (\bar{w} + \bar{u})$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w}, \bar{u} \in V$.
3. On olemassa niin kutsuttu *nollavektori* $\bar{0} \in V$.
4. Jokaisella vektorilla $\bar{v} \in V$ on niin kutsuttu *vastavektori*.
5. $a(\bar{v} + \bar{w}) = a\bar{v} + a\bar{w}$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w} \in V$ ja $a \in \mathbb{R}$.
6. $(a + b)\bar{v} = a\bar{v} + b\bar{v}$ kaikilla $\bar{v} \in V$ ja $a, b \in \mathbb{R}$.
7. $(ab)\bar{v} = a(b\bar{v})$ kaikilla $\bar{v} \in V$ ja $a, b \in \mathbb{R}$.
8. $1\bar{v} = \bar{v}$ kaikilla $\bar{v} \in V$.

Joukossa V on määritelty yhteenlasku ja skalaarikertolasku.

1. $\bar{v} + \bar{w} = \bar{w} + \bar{v}$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w} \in V$.
2. $(\bar{v} + \bar{w}) + \bar{u} = \bar{v} + (\bar{w} + \bar{u})$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w}, \bar{u} \in V$.
3. On olemassa niin kutsuttu *nollavektori* $\bar{0} \in V$.
4. Jokaisella vektorilla $\bar{v} \in V$ on niin kutsuttu *vastavektori* $-\bar{v} \in V$.
5. $a(\bar{v} + \bar{w}) = a\bar{v} + a\bar{w}$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w} \in V$ ja $a \in \mathbb{R}$.
6. $(a + b)\bar{v} = a\bar{v} + b\bar{v}$ kaikilla $\bar{v} \in V$ ja $a, b \in \mathbb{R}$.
7. $(ab)\bar{v} = a(b\bar{v})$ kaikilla $\bar{v} \in V$ ja $a, b \in \mathbb{R}$.
8. $1\bar{v} = \bar{v}$ kaikilla $\bar{v} \in V$.

Mikä tekee punaisella maalatuista ehdoista erilaisia?

Milloin osajoukko on vektoriavaruus?

Halutaan tutkia, onko vektoriavaruuden osajoukko vektoriavaruus.
Mitkä vektoriavaruuden ehtoja pitää tutkia?

Aliavaruus

Määritelmä

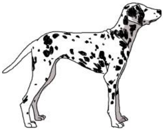
Olkoon V vektoriavaruus. Sen osajoukko W on vektoriavaruuden V *aliavaruus*, jos seuraavat ehdot pätevät:

(a) $\bar{w} + \bar{u} \in W$ kaikilla $\bar{w}, \bar{u} \in W$

(b) $r\bar{w} \in W$ kaikilla $r \in \mathbb{R}$ ja $\bar{w} \in W$

(c) $\bar{0} \in W$.

Aliavaruuden luonnehdinta



Aliavaruus on vektoriavaruus toisen vektoriavaruuden sisässä.
(Laskutoimitusten pitää olla samat.)

Onko joukko

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -2 \leq x \leq 2,\ -2 \leq y \leq 2, \}$$

avaruuden $\mathbb{R}^2$ aliavaruus?