

Johdatus yliopistomatematiikkaan

Jokke Häsä

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Luento 23, ke 7.12.2016

Kompleksiluvun eksponenttesitys

Määritelmä

Kompleksiluvun z *eksponenttesitys* tarkoittaa luvun z esittämistä muodossa

$$z = |z|e^{i\varphi},$$

missä $|z|$ on luvun z itseisarvo ja φ on luvun z vaihekulma.

- Sovellus: lasketaan yhtälön $z^n = 1$ ratkaisut, kun $n \in \mathbb{N}$

Presemo: Eksponenttiesitys

Mitkä seuraavista laskuista ovat oikein?

$$(a) \left(4e^{-\frac{2\pi}{3}i}\right)^3 \cdot \left(3\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{4}i}\right)^4 = -12\sqrt{2}$$

$$(b) \left(4e^{-\frac{2\pi}{3}i}\right)^3 \cdot \left(3\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{4}i}\right)^4 = -12^4$$

$$(c) 3e^{-\frac{\pi}{2}i} \cdot 7e^{\frac{\pi}{4}i} = 10e^{-\frac{\pi}{4}i}$$

$$(d) 3e^{-\frac{\pi}{2}i} \cdot 7e^{\frac{\pi}{4}i} = 21e^{-\frac{\pi}{4}i}$$

$$(e) \frac{12e^{\frac{4\pi}{3}i}}{4e^{\frac{\pi}{6}i}} = 3e^{\frac{7\pi}{6}i}$$

Äänestä: presemo.helsinki.fi/jymi

Eulerin kaava

- Eulerin kaava yhdistää napaesityksen ja eksponenttesityksen:

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

- Kun sijoitetaan $\varphi = \pi$, saadaan yhteys lukujen e ja π välille:

$$e^{i\pi} = -1$$

- Tämä "matematiikan kauneimmaksi kaavaksi" kutsuttu kaava esitetään usein muodossa

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$