

# Johdatus yliopistomatematiikkaan

Jokke Häsä

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Luento 23, ke 7.12.2016

## Periodin loppu

- Tämä on viimeinen luento
- Tänään tai huomenna ilmestyvät viimeiset harjoitustehtävät (nro 12)
- Harjoituksen 12 palautuspäivä on ke 14.12.
- Ylimääräistä ohjausta on tarjolla to 15.12. ja pe 16.12. (ajoista tiedotetaan kurssisivulla myöhemmin)
- Toinen kurssikoe on ma 19.12. klo 8.15-10.45
- Harjoitusten 11 ja 12 korjausten viimeinen palautuspäivä on ke 21.12.

# Kuvausten yhdistäminen laskutoimituksena

- Ajattele kuvauksia yksittäisinä alkioina, eräänlaisina "lukuina"
- Ajattele kuvauksen yhdistämistä eräänlaisena "kertolaskuna"
- Tunnetusti  $\text{id} \circ f = f$  ja  $f \circ \text{id} = f$ . Mitä lukua kuvaus  $\text{id}$  siis vastaa?
- Miten tulkitset lukujen maailmassa yhtälön  $f \circ g = \text{id}$ ?
- Entä yhtälön  $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ ?
- Algebran ja lineaarialgebran kursseilla käytetään tätä näkökulmaa

## Esimerkki: Jaollisuusrelaatio

- Määritellään relaatio  $R$  joukossa  $\{2, \dots, 10\}$  niin, että  $mRn$  jos  $m$  jakaa luvun  $n$
- Mitä alkioita relaatioon  $R$  kuuluu?
- Piirrä relaatio  $R$  nuolikaaviona
- Piirrä relaatio  $R$  koordinaatistoon
- Miten sijoittuisivat relaatiossa luvut 0 ja 1?

## Relaatioiden ominaisuuksia

Olkoon  $R$  joukon  $X$  relaatio

- Refleksiivisyys: kaikilla  $x \in X$  pätee  $xRx$
- Symmetrisyys: kaikilla  $x, y \in X$  pätee, että jos  $xRy$ , niin  $yRx$
- Transitiiivisyys: kaikilla  $x, y, z \in X$  pätee, että jos  $xRy$  ja  $yRz$ , niin  $xRz$

Pohdittavaa:

- 1) Voiko  $R$  olla transitiiivinen, jos  $X$  on yksiö?
- 2) Onko edellinen jaollisuusrelaatio refleksiivinen, symmetrinen tai transitiiivinen?

## Relaatioiden sovelluksia

- Ekvivalenssirelaatioita käytetään alkioiden samastamiseen, esim. parilliset ja parittomat luvut
- Jaollisuusrelaatiota käytetään lukuteoriassa
- Jaollisuusrelaatio on esimerkki yleisemmästä *järjestysrelaatiosta*
- Kuvaukset voidaan määrittellä tietynlaisina joukkojen  $X$  ja  $Y$  välisinä relaatioina
- Tällä kurssilla on määritelty vain kaksipaikkaiset relaatiot; yleisemmin voidaan määrittellä monipaikkaisia relaatioita karteesisen tulon  $A \times B \times C \times \dots$  osajoukkona
- Relaatiotietokannat sisältävät kaiken datan monipaikkaisina relaatioina (esim. SQL-kieli on kehitetty relaatiotietokantoja varten)