

Johdatus yliopistomatematiikkaan

Jokke Häsä

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Luento 19, 23.11.2016

Presemo: Napaesitys

Mitkä seuraavista ovat kompleksiluvun $-2 - 2i$ napaesityksiä?

(a) $2\sqrt{2}(\cos(-\pi/4) + i \sin(-\pi/4))$

(b) $\sqrt{8}(\cos(\pi/4) + i \sin(\pi/4))$

(c) $2\sqrt{2}(\cos(3\pi/4) + i \sin(3\pi/4))$

(d) $\sqrt{8}(\cos(-3\pi/4) + i \sin(-3\pi/4))$

(e) $2(\cos(5\pi/4) + i \sin(5\pi/4))$

Äänestä: `presemo.helsinki.fi/jymi`

Napaesityksen hyödyt

Lause 1

Oletetaan, että luvuilla $z, w \in \mathbb{C}$ on napaesitykset

$$z = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad \text{ja} \quad w = |w|(\cos \theta + i \sin \theta).$$

Tällöin pätee

(a) $zw = |z||w|(\cos(\varphi + \theta) + i \sin(\varphi + \theta))$

(b) $\bar{z} = |z|(\cos(-\varphi) + i \sin(-\varphi))$

(c) $z^{-1} = |z|^{-1}(\cos(-\varphi) + i \sin(-\varphi)).$

Tehtävä

Olkoon w kompleksiluku, jonka itseisarvo on 1 ja vaihekulma θ

Määritellään kuvaus $K: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ kaavalla

$$K(z) = w \cdot z$$

- 1) Kirjoita w muodossa $x + yi$, missä $x, y \in \mathbb{R}$
- 2) Jos $z = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi)$, määritä $K(z)$
- 3) Missä kompleksitason piste $K(z)$ sijaitsee pisteeseen z verrattuna?
- 4) Määritä $K(1)$ ja $K(i)$
- 5) Kuvaus K voidaan tulkita lineaarikuvaukseksi $K: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$. Mikä on tällöin kuvauksen K matriisi?