

Johdatus yliopistomatematiikkaan

Jokke Häsä

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Luento 17, 16.11.2016

Presemo: Binomikertoimet

Mikä on termin x^4 kerroin polynomissa

$$(2 + x)^6?$$

- (a) $\binom{6}{4}$
- (b) 15
- (c) 20
- (d) 30
- (e) 60

Äänestä: `presemo.helsinki.fi/jymi`

2-kantainen logaritmi

Merkitään jatkossa $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$. Siis \mathbb{R}_+ on positiivisten reaalilukujen joukko.

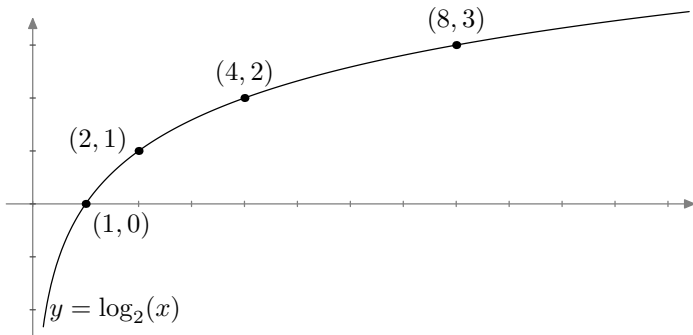
Määritelmä

Oletetaan, että $c \in \mathbb{R}_+$. Luvun c *2-kantainen logaritmi* kertoo, mihin potenssiin luku 2 pitää korottaa, jotta saadaan c . Toisin sanottuna

$$\log_2(c) = t \iff 2^t = c.$$

- Voidaan osoittaa, että edellisessä määritelmässä jokaiseen $c \in \mathbb{R}_+$ liitetään tasan yksi $t \in \mathbb{R}$; toisin sanottuna 2-kantainen logaritmi on funktio $\log_2: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$
- Vastaavasti voidaan määritellä a -kantainen logaritmi millä tahansa luvulla $a \in \mathbb{R}_+ \setminus \{1\}$
- Tavallisia ovat esimerkiksi *kymmenkantainen logaritmi* $\log_{10}: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, jolla kantaluku on 10, ja *luonnollinen logaritmi* $\ln: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, jolla kantaluku on Neperin luku $e \approx 2,718$

Logaritmifunktion kuvaaja



- Logaritmifunktio $\log_2: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ on aidosti kasvava
- Logaritmifunktion kasvu hidastuu voimakkaasti

2-kantainen logaritmi ja kahdella jakaminen

- Oletetaan, että $c \in \mathbb{R}_+$ ja $\log_2(c) = n$, missä $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$
- Logaritmin määritelmästä saadaan

$$\log_2(c) = n \iff c = 2^n \iff \frac{c}{2^n} = 1$$

- Siis 2-kantainen logaritmi luvusta c kertoo
 - mihin potenssiin luku 2 pitää korottaa, jotta saadaan c
 - kuinka monta kertaa luku c pitää jakaa luvulla 2, jotta saadaan 1
- Jos jako ei mene tasan, saadaan likiarvo

Presemo: Logaritmi

Mitkä seuraavista väitteistä ovat oikein?

(a) $\log_2(32) = 5$

(b) $\log_2(2) = 0$

(c) $\log_2(50) \approx 6$

(d) Jos $\log_2(x) = 3$, niin $x = 6$

(e) Jos $\log_2(x) = -2$, niin $x = 0,25$

Äänestä: presemo.helsinki.fi/jymi

Esimerkki: Eksponenttiyhtälön ratkaiseminen

Ratkaistaan yhtälö $2^x = 50$