

# Johdatus yliopistomatematiikkaan

Jokke Häsä

Matematiikan ja tilastotieteen laitos, HY

Luento 8, 5.10.2016

# Implikaatio

Luettele työtoverisi kanssa tällä kurssilla esiintyneitä tilanteita (esimerkkejä, tehtäviä ym.), joissa esiintyy matemaattinen implikaatio jossain muodossa.

- joukkojen sisältyvyyden osoittaminen
- induktioaskel
- yhtälönratkaisu
- suora todistus
- epäsuora todistus?
- ...

## Mikä tekee implikaatiosta vaikean?

Totuustaulu:

$A$	$B$	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
0	0	1

"Epätodesta lähtökohdasta voi päätellä mitä vain."

## Presemo: Viime viikon luentokysymys

Mitä seuraavasta implikaatioketjusta voidaan päätellä?

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 + 3} = 2x &\Rightarrow x^2 + 3 = 4x^2 \Rightarrow x^2 = 1 \\ &\Rightarrow x = 1 \text{ tai } x = -1\end{aligned}$$

Totta vai tarua:

**E** Implikaatioketjusta voidaan päätellä, että yhtälöllä  $\sqrt{x^2 + 3} = 2x$  on ratkaisu.

Äänestä: [presemo.helsinki.fi/jymi](http://presemo.helsinki.fi/jymi)

## Presemo: Toinen versio

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 + 3} = -2 &\Rightarrow x^2 + 3 = 4 \Rightarrow x^2 = 1 \\ &\Rightarrow x = 1 \text{ tai } x = -1\end{aligned}$$

Totta vai tarua:

**E** Yhtälöllä  $\sqrt{x^2 + 3} = -2$  on ratkaisu (ylipäätään).

Äänestä: [presemo.helsinki.fi/jymi](http://presemo.helsinki.fi/jymi)

## Esimerkki: Implikaation käyttö sisältyvyyssodistuksissa

- Olkoot  $A$ ,  $B$  ja  $X$  joitain joukkoja. Oletetaan, että  $A, B \subset X$ .
- Väite: Jos  $B \subset A$ , niin  $A \cup \complement B = X$ .
- Montako implikaatiota väitteessä on?
- Miten todistus rakennetaan?

## Jatkoa: Todistuksen kehysrakenne

*Pääkehys:*

Olet.  $B \subset A$ .

$$\left[ \begin{array}{l} \vdots \\ 1) \quad A \cup \complement B \subset X \\ \vdots \\ 2) \quad X \subset A \cup \complement B \\ \vdots \end{array} \right.$$

Siispä  $A \cup \complement B = X$ .

## Jatkoa: Todistuksen kehysrakenne

*Alikehykset:*

1) Olk.  $x \in A \cup \complement B$ .

[  $\vdots$

Siis  $x \in X$ . Täten  $A \cup \complement B \subset X$ .

2) Olk.  $y \in X$ .

[  $\vdots$

Siis  $y \in A \cup \complement B$ . Täten  $X \subset A \cup \complement B$ .