Kuva

Määritelmä

Oletetaan, että $f\colon X \to Y$ on kuvaus. Oletetaan lisäksi, että $A \subset X$. Joukon A *kuva* kuvauksessa f on joukko

$$fA = \{\, y \in Y \mid y = f(a) \text{ missä } a \in A \,\}.$$

Huom.

- ⋆ Kuvan fA muodostavat siis ne maalin alkiot, jotka ovat joukon A alkioiden kuva-alkoita.
- ⋆ Määritelmä tarkoittaa, että $w \in fA$, jos ja vain jos $w \in Y$ ja $w = f(a)$ jollakin $a \in A$.
- ⋆ Lyhyesti sanottuna $fA = \{\, f(a) \mid a \in A \,\}$.

Alkukuva

Määritelmä

Oletetaan, että $f: X \to Y$ on kuvaus. Oletetaan lisäksi, että $B \subset Y$. Joukon B *alkukuva* kuvauksessa f on joukko

$$f^{\leftarrow}B = \{\, x \in X \mid f(x) \in B \,\}.$$

Huom.

- Alkukuvan $f^{\leftarrow}B$ muodostavat siis ne lähdön alkiot, joiden kuva-alkiot kuuluvat joukkoon B.
- Määritelmä tarkoittaa, että $t \in f^{\leftarrow}B$, jos ja vain jos $t \in X$ ja $f(t) \in B$.

Epäsuora päättely: kontrapositiotodistus

Implikaatio ja sen kontrapositio ovat loogisesti ekvivalentit:

P	Q	$P \to Q$	$\neg Q$	$\neg P$	$\neg Q \to \neg P$
1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

Kontrapositiotodistus väitteelle "jos P, niin Q" rakentuu seuraavasti:

- Oletetaan, että $\neg Q$ on tosi.
- Päätellään, että tällöin myös $\neg P$ on tosi.

Epäsuora päättely: ristiriitatodistus

Ristiriitatodistus väitteelle P rakentuu seuraavasti:

- Tehdään vastaoletus eli oletetaan, että $\neg P$ on tosi.
- Päätellään ristiriita $C \wedge \neg C$.

Ristiriitatodistuksessa todistetaan implikaatio $\neg P \to (C \wedge \neg C)$. Se on loogisesti ekvivalentti alkuperäisen väitteen P kanssa:

P	C	$\neg P$	$C \wedge \neg C$	$\neg P \to (C \wedge \neg C)$
1	1	0	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	0
0	0	1	0	0