

## II induktioperiaate

II induktioperiaate poikkeaa "tavallisesta" induktioperiaatteesta induktio-oletuksen osalta.

### Lause 16 (II induktioperiaate)

Oletetaan, että seuraavat ehdot ovat voimassa:

(a) Luvulla 0 on ominaisuus  $P$ .

(b) Kaikilla luonnollisilla luvuilla pätee:

jos luvulla  $n$  ja kaikilla sitä pienemmillä luonnollisilla luvuilla on ominaisuus  $P$ , niin luvulla  $n + 1$  on ominaisuus  $P$ .

Tällöin kaikilla luonnollisilla luvuilla on ominaisuus  $P$ .

# Induktiodistustus II induktioperiaatetta käyttäen

Todistukset vaiheet:

1. Alkuaskel: Varmistetaan, että asia  $P$  pätee luvulle 0.
2. Induktioaskel:  
Tehdään *induktio-oletus*, että  $k \in \mathbb{N}$  ja asia  $P$  pätee luvulle  $k$  ja sitä pienemmille luonnollisille luvuille.  
Osoitetaan, että tällöin asia  $P$  pätee myös luvulle  $k + 1$ .
3. Johtopäätös: Alkuaskeleesta ja induktioaskeleesta seuraa II induktioperiaatteen nojalla, että asia  $P$  pätee kaikille  $n \in \mathbb{N}$ .

## " $P$ , jos ja vain jos $Q$ " -muotoisen väitteen todistaminen

$P$	$Q$	$P \leftrightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Väite " $P$ , jos ja vain jos  $Q$ " voidaan todistaa kahdessa osassa:

" $\Rightarrow$ " Oletetaan, että  $P$  pätee. Näytetään, että tällöin  $Q$  pätee.

" $\Leftarrow$ " Oletetaan, että  $Q$  pätee. Näytetään, että tällöin  $P$  pätee.