Epäsuora päättely: kontrapositiotodistus

Implikaatio ja sen kontrapositio ovat loogisesti ekvivalentit:

P	Q	$P \to Q$	$\neg Q$	$\neg P$	$\neg Q \to \neg P$
1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

Kontrapositiotodistus väitteelle "jos P, niin Q" rakentuu seuraavasti:

- Oletetaan, että $\neg Q$ on tosi.
- Päätellään, että tällöin myös $\neg P$ on tosi.

”Jos P, niin Q” -muotoisen väitteen todistaminen

P	Q	$P \to Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Väite ”jos P, niin Q” voidaan todistaa seuraavasti:

- Oletetaan, että implikaation etujäsen P on tosi. Toisin sanottuna oletetaan, että P pätee.
- Päätellään, että tällöin myös Q pätee.

Induktiotodistus

Todistukset vaiheet:

1. Alkuaskel: Varmistetaan, että asia P pätee luvulle 0.
2. Induktioaskel:
   - $\star$ Tehdään *induktio-oletus*, että $k \in \mathbb{N}$ ja asia P pätee luvulle k.
   - $\star$ Näytetään, että induktio-oletuksesta ja mahdollisista muista oletuksista seuraa, että tällöin asia P pätee myös seuraavalle luonnolliselle luvulle $k + 1$.
3. Johtopäätös: Alkuaskeleesta ja induktioaskeleesta seuraa induktioperiaatteen nojalla, että asia P pätee kaikille $n \in \mathbb{N}$.