Joukkojen samuus

Määritelmä

Joukot A ja B ovat *samat*, jos niillä on täsmälleen samat alkiot eli $x \in A$, jos ja vain jos $x \in B$.

Merkintä $A = B$ tarkoittaa, että joukot A ja B ovat samat.

Yhdiste, leikkaus ja erotus

Määritelmä

Oletetaan, että A ja B ovat joukkoja. Joukkojen A ja B

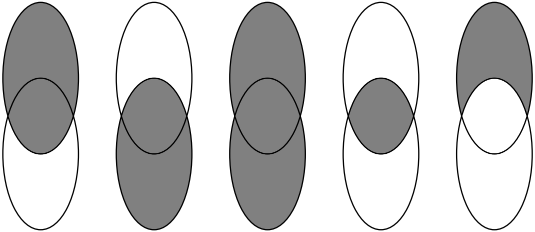
- *yhdiste* on joukko $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ tai } x \in B \}$,
- *leikkaus* on joukko $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ ja } x \in B \}$,
- *erotus* on joukko $A \setminus B = \{ x \mid x \in A \text{ ja } x \notin B \}$.

Huom.

- ⋆ Matematiikan "tai" ei ole poissulkeva; yhdisteen $A \cup B$ muodostavat kaikki alkiot, jotka kuuluvat *ainakin* toiseen joukoista A ja B.
- ⋆ Merkintä $A \setminus B$ luetaan "A pois B".

Yhdiste, leikkaus ja erotus

Joukkoja voidaan havainnollistaa ns. Vennin kaavioiden avulla:



A $\quad B \quad A \cup B \quad A \cap B \quad A \setminus B$

Kuvassa tummennettuna mainitut joukot.

Loogiset konnektiivit

Tavallisimmat loogiset konnektiivit ovat

negaatio	$\neg$	ei
konjunktio	$\wedge$	ja
disjunktio	$\vee$	tai
implikaatio	$\rightarrow$	jos . . . , niin . . .
ekvivalenssi	$\leftrightarrow$	. . . jos ja vain jos . . .

Sulkeita ( ) käytetään selkeyden vuoksi osoittamaan konnektiivien soveltamisen järjestys.

Negaation totuustaulu

Määritelmä

Negaatiolla $\neg$ on seuraava totuustaulu:

A	$\neg A$
1	0
0	1

Huom.

- Yllä 1 tarkoittaa tosi ja 0 epätosi.
- Jos propositiolause A on tosi, niin $\neg A$ on epätosi.
- Jos propositiolause A on epätosi, niin $\neg A$ on tosi.

Konjunktion totuustaulu

Määritelmä

Konjunktiolla $\wedge$ on seuraava totuustaulu:

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Huom.

- Propositiolause $A \wedge B$ on tosi, jos ja vain jos propositiolauseet A ja B ovat molemmat tosia.
- Määritelmä vastaa konnektiivin "ja" intuitiivista merkitystä.

Disjunktion totuustaulu

Määritelmä

Disjunktiolla $\vee$ on seuraava totuustaulu:

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Huom.

- ⋆ Propositiolause $A \vee B$ on epätosi, jos ja vain jos propositiolauseet A ja B ovat molemmat epätosia.
- ⋆ Määritelmä vastaa konnektiivin "tai" intuitiivista merkitystä siinä tapauksessa, että kysymyksessä **ei ole poissulkeva** tai.

Implikaation totuustaulu

Määritelmä

Implikaatiolla $\rightarrow$ on seuraava totuustaulu:

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Huom.

- ⋆ Propositiolause $A \rightarrow B$ on epätosi, jos ja vain jos etujäsen A on tosi ja takajäsen B on epätosi.

Ekvivalenssin totuustaulu

Määritelmä

Ekvivalenssilla $\leftrightarrow$ on seuraava totuustaulu:

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Huom.

- ⋆ Propositiolause $A \leftrightarrow B$ on tosi, jos ja vain jos propositiolauseilla A ja B on sama totuusarvo.

Looginen ekvivalenssi

Propositiolausetta, joka on aina tosi, sanotaan *tautologiaksi*. Esimerkiksi propositiolause $p_0 \vee \neg p_0$ on tautologia, mikä nähdään seuraavasta totuustaulusta:

p_0	$\neg p_0$	$p_0 \vee \neg p_0$
1	0	1
0	1	1

Määritelmä

Propositiolauseet A ja B ovat *loogisesti ekvivalentteja*, jos ekvivalenssi $A \leftrightarrow B$ on tautologia, ts. jos ekvivalenssin $A \leftrightarrow B$ totuusarvo on aina 1.