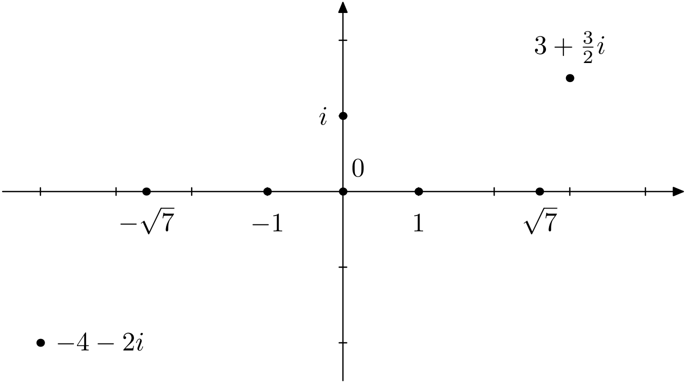
Kompleksitaso

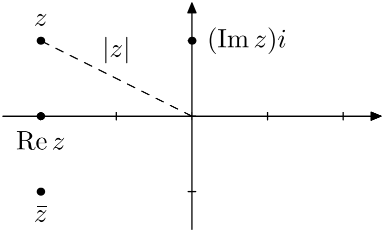


Kompleksilukuihin liittyviä käsitteitä

Määritelmä

Oletetaan, että $a, b \in \mathbb{R}$. Kompleksiluvun $z = (a, b)$ eli $z = a + bi$

- *reaaliosa* on $\operatorname{Re} z = a$.
- *imaginaariosa* on $\operatorname{Im} z = b$. **HUOM!**
- *itseisarvo* eli *moduli* on $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.
- *liittoluku* on $\bar{z} = (a, -b)$ eli $\bar{z} = a - bi$.



Lause 1

Oletetaan, että $z \in \mathbb{C}$. Tällöin $|z| = \sqrt{z\bar{z}}$.

Todistus.

Oletetaan, että $z \in \mathbb{C}$. Tällöin $z = a + bi$ joillakin a, $b \in \mathbb{R}$. Lasketaan:

$$
\begin{aligned}
z\bar{z} &= (a+bi)(a-bi) = a^2 - abi + abi - (bi)^2 \\
&= a^2 - b^2 i^2 = a^2 - b^2 \cdot (-1) \\
&= a^2 + b^2.
\end{aligned}
$$

Näin ollen

$$\sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{a^2 + b^2} = |z| \; .$$

Lopussa käytettiin kompleksiluvun itseisarvon määritelmää. □

Kompleksiluvun käänteisluku

Määritelmä

Kompleksiluvun $z \neq 0$ käänteisluku on $z^{-1} = \dfrac{1}{|z|^2}\,\bar{z}\,.$

Huom.

Koska $z \neq 0$, niin nimittäjä $|z|^2 \neq 0$.