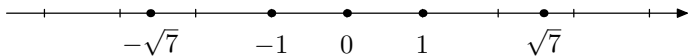


Miksi kompleksilukuja?

Reaaliluvut \sim lukusuoran pisteet:



Tiedetään, että

$$x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$$

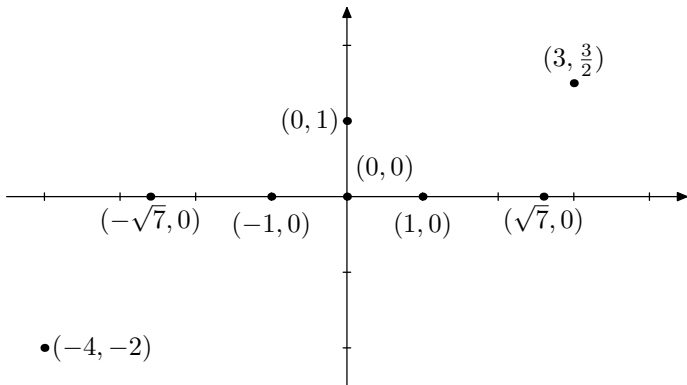
$$x^2 = 7 \Leftrightarrow x = \sqrt{7} \vee x = -\sqrt{7}$$

$$x^2 = -1 \quad \text{ei ratkaisua reaalilukujen joukossa!}$$

Laajennetaan lukualuetta niin, että myös yhtälöllä $x^2 = -1$ on ratkaisu.

Kompleksitaso

Kompleksiluvut \sim kompleksitason pisteet:



Kompleksiluvut

Määritelmä

Kompleksilukujen joukko \mathbb{C} on joukko

$$\{ (a, b) \mid a, b \in \mathbb{R} \}$$

varustettuna yhteenlaskulla ja kertolaskulla, jotka määritellään seuraavasti: kompleksilukujen (a, b) ja (c, d) summa ja tulo ovat

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) \quad \text{ja}$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc).$$

Imaginaariyksikkö

Yhtälölle $x^2 = -1$ löytyy ratkaisu kompleksilukujen joukossa:

$$(0, 1) \cdot (0, 1) = (0 - 1, 0 + 0) = (-1, 0).$$

Määritelmä

Kompleksilukua $(0, 1)$ merkitään symbolilla i ja kutsutaan *imaginaariyksiköksi*.

Huom.

- ★ Yllä olevan laskun mukaan $i^2 = -1$.