

Johdatus logiikkaan II

Harjoitus 4

1. Mitkä muuttujat esiintyvät vapaina kaavassa

$$\forall x_2(\exists x_1 R_0(x_1, x_2) \rightarrow (\exists x_3 R_0(x_3, x_1) \vee R_0(x_2, x_3))).$$

2. Minkä joukon määrittelee kaava $P_0(x_0) \rightarrow \neg P_1(x_0)$ mallissa

$$M = (\{0, 1, 2, 3\}, P_0^M, P_1^M),$$

missä $P_0^M = \{0, 1\}$ ja $P_1^M = \{1, 2\}$.

3. Olkoon $M = (\{0, 1, 2, 3\}, R_0^M)$, missä $R_0^M = \{(0, 1), (0, 2), (1, 3), (2, 3)\}$. Näytä että

- (a) $\{0\}$ on määriteltävä mallissa M ,
- (b) $\{1, 2\}$ on määriteltävä mallissa M .

4. Olkoon $M = (\mathbb{N}, R_0^M, R_1^M, c_0^M)$, missä R_0^M on niiden $(a, b) \in \mathbb{N}^2$ joukko joilla a jakaa b :n, R_1^M on niiden $(a, b) \in \mathbb{N}^2$ joukko joilla $a < b$ ja $c_0^M = 1$. Näytä, että alkulukujen joukko on määriteltävä mallissa M .

5. Mikä kaava $A(x_1/x_0)$ on kun

- (a) $A = \forall x_2(R_0(x_0, x_1) \rightarrow \exists x_2 R_0(x_2, x_0))$,
- (b) $A = \forall x_2(\exists x_0 R_0(x_0, x_1) \rightarrow \exists x_2 R_0(x_2, x_0))$.

6. Onko x_0 vapaa muuttujalle x_1 kaavassa A kun

- (a) $A = \forall x_2(R_0(x_0, x_1) \rightarrow \exists x_2 R_0(x_2, x_1))$,
- (b) $A = \forall x_2(\exists x_0 R_0(x_0, x_1) \rightarrow \exists x_2 R_0(x_2, x_1))$.