

Johdatus logiikkaan I

Harjoitus 5

1. Päättele resoluutiolla \emptyset seuraavista klausuulijoukoista

(a) $\{\{p_0\}, \{p_1\}, \{\neg p_0, p_2\}, \{p_1, \neg p_2, \neg p_3\}, \{\neg p_2, p_3\}, \{\neg p_3\}\}$,

(b) $\{\{p_0, \neg p_1\}, \{p_0, p_1\}, \{\neg p_0\}\}$,

(c) $\{\{p_1, p_2 \cdot p_3\}, \{\neg p_2\}, \{\neg p_1, p_2\}, \{p_1, \neg p_3\}\}$.

2. Mitkä kaikki klausuulit voidaan resoluutiolla päätellä klausuulijoukosta

$$\{\{p_0, \neg p_1, p_2\}, \{p_0, p_1, p_4\}, \{\neg p_0, p_2, \neg p_3\}, \{p_0, \neg p_4\}\}?$$

3. Osoita resoluution avulla, että $p_0 \rightarrow p_2$ seuraa loogisesti oletuksista $p_0 \rightarrow p_1$ ja $\neg p_2 \rightarrow (\neg p_0 \vee \neg p_1)$ (eli että

$$\{p_0 \rightarrow p_1, \neg p_2 \rightarrow (\neg p_0 \vee \neg p_1)\} \Rightarrow p_0 \rightarrow p_2).$$

4. Osoita resoluution avulla, että $p_1 \leftrightarrow p_2$ seuraa loogisesti oletuksista $p_0 \leftrightarrow p_1$ ja $p_2 \leftrightarrow p_0$.

5. Olkoot A, B ja C propositiolauseita. Selvitä resoluution avulla, onko $A \rightarrow C$ lausejoukon $\{A \rightarrow (B \vee C), \neg B\}$ looginen seuraus. Perustele resoluution käyttö eli miksi ratkaisusi toimii.

6. Propositiologiikan resoluutio pysähtyy aina eli jossain vaiheessa ei enää saada pääteltyä uusia klausuuleja. Laske yläraja resoluution pituudelle jos oletukset koostuvat m :stä klausuulista joissa jokaisessa esiintyy enintään n literaalia.

7. Muodosta luvun 6.1 tekniikalla \mathcal{C}_A , kun $A = \neg(p_0 \rightarrow \neg p_1)$.