

## Johdatus logiikkaan I

### Harjoitus 2

1. Olkoon  $K(a)$  propositionaalilauseessa  $A$  esiintyvien konnektiivien lukumäärä. Näytä, että lauseen  $A$  alikaavojen lukumäärä on enintään  $2K(A) + 1$ .
2. Olkoon  $A$  propositionaalilause. Näytä, että kaikilla totuusjakaumilla  $v$  ja  $w$ ,  $v(A) = w(A)$  jos  $v(p_i) = w(p_i)$  kaikilla propositionaalisymboleilla  $p_i$ , jotka esiintyvät  $A$ :ssa.
3. Oletetaan, että  $v(p_0) = 1$  ja  $v(p_1) = v(p_2) = 0$ . Määritä
  - (a)  $v(\neg(p_0 \wedge ((p_2 \rightarrow \neg p_1) \leftrightarrow \neg p_2)))$ ,
  - (b)  $v(((\neg p_0 \wedge p_2) \rightarrow (\neg p_1 \leftrightarrow \neg p_2)))$ .
4. Anna esimerkki totuusjakaumasta jolla lause
  - (a)  $((p_0 \rightarrow \neg p_0) \wedge (p_0 \vee p_1))$ ,
  - (b)  $((p_0 \leftrightarrow p_1) \wedge (\neg p_0 \rightarrow (p_0 \leftrightarrow \neg p_1)))$on tosi.
5. Onko lause
  - (a)  $(p_0 \vee \neg(p_0 \wedge p_1))$ ,
  - (b)  $((p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow (p_1 \vee (p_2 \rightarrow p_0)))$tautologia, kontingenssi vai ristiriita?
6. Oletetaan että  $A$  ja  $B$  ovat propositionaalisia lauseita. Ovatko seuraavat lauseet loogisesti ekvivalentteja?
  - (a)  $(A \rightarrow B)$  ja  $(\neg A \vee B)$ .
  - (b)  $(A \leftrightarrow B)$  ja  $(A \leftrightarrow \neg B)$ .
  - (c)  $(A \rightarrow B)$  ja  $(B \rightarrow A)$ .
7. Oletetaan, että  $A$  ja  $B$  ovat propositionaalisia lauseita. Näytä, että jos  $(A \rightarrow B) \Rightarrow (B \rightarrow A)$ , niin  $B \Rightarrow A$ .