

Johdatus logiikkaan I

Harjoitus 1

1. Annetaan propositiosymboleille p_0, p_1 ja p_2 merkitys seuraavasti:

p_0 : Tapani menee kauppaan

p_1 : Tapani ostaa banaanin

p_2 : sataa.

Esitä luonnollisella kielellä mitä lause

$$(((p_0 \wedge \neg p_2) \rightarrow p_1) \wedge (p_2 \rightarrow \neg p_0))$$

ilmaisee.

2. Annetaan propositiosymboleille p_0, p_1 ja p_2 merkitys kuten edellisessä tehtävässä. Yritä muotoilla lause

”Tapani menee kauppaan ja ostaa banaanin paitsi jos sataa”
propositiologiikassa. Löydätkö enemmän kuin yhden vaihtoehdon?

3. Käännä Tehtävän 1 tapaan Tehtävässä 2 saamasi vastaukset luonnolliselle kielelle. Jos Tehtävässä 2 löysit enemmän kuin yhden vaihtoehdon, onko saamillasi luonnollisen kielen lauseilla sama merkitys?

4. Mitkä seuraavista ovat propositiologiikan lauseita:

(a) $((p_0 \rightarrow \neg p_1) \rightarrow p_2)$

(b) $(p_0 \rightarrow \neg(p_1 \rightarrow p_2))$

(c) $(p_0 \rightarrow (\neg(p_1 \rightarrow p_2)))$

(d) $(p_0 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow p_2))?$

Perustele vastauksesi.

5. Mitkä ovat lauseen $(p_0 \rightarrow \neg(p_1 \rightarrow p_2))$

(a) pääkonnektiivi,

(b) välittömät alilauseet,

(c) alilauseet?

6. Näytä induktiolla luonnollisen luvun n suhteen, että kaikilla luonnollisilla luvuilla n , $\sum_{k=0}^n k = n(n+1)/2$.

7. Seuraavassa tehtävässä ei ole tarkoitus käyttää luentomuistiinpanojen luvun 2 tekniikoita vaan ainoastaan tavallista induktiota yli luonnollisten lukujen.

Olkoon $K(A)$ propositionalauseessa A esiintyvien konnektiivien lukumäärä ja $N(A)$ siinä esiintyvien negaatioiden lukumäärä. Tarkastellaan seuraavaa väitettä:

(*) Kaikilla propositionalauseilla A , A :ssa esiintyvien sulkumerkkien lukumäärä on $2(K(A) - N(A))$.

(a) Mikä olisi sopiva väite todistettavaksi induktiolla luonnollisen luvun n suhteen, että (*) tulisi todistetuksi?

(b) Todista väite.